



Desenho, montagem e teste de um elipsómetro de baixo custo com o polarímetro PAX5710.

Filipe Duarte Sousa Velosa

Mestrado Integrado em Engenharia Física

Dissertação orientada por:
Prof. Manuel A. Abreu

“A theory is a battlefield in your head.”

-Haruki Murakami

AGRADECIMENTOS

Com este trabalho termina assim um percurso que se iniciou há seis anos atrás. Foi um caminho com os seus altos e baixos mas que chegado ao fim e em retrospectiva considero que foi bastante enriquecedor para mim, tanto em termos académicos como pessoais. Apesar do sucesso em completar este percurso estar sempre dependente da minha dedicação e prestação, tive ao meu lado pessoas que sempre me apoiaram e que, por inúmeras vezes, foram essenciais para que não desanimasse e que mantivesse o ânimo durante este caminho. A todas elas um muito obrigado.

Agradeço especialmente aos meus pais pela confiança que depositaram em mim quando decidi sair da Madeira para estudar em Lisboa e pelo esforço que fizeram para me conseguirem sustentar enquanto terminava os estudos. Um obrigado em particular aos meus companheiros nesta aventura, o Leonardo e o André João, que embarcando juntos nesta jornada e embora não a tenhamos concluído ao mesmo tempo, crescemos e estamos realmente concretizando o sonho de ser engenheiros.

RESUMO

O trabalho desenvolvido consiste no desenho, montagem e teste de um elipsómetro de baixo custo com componentes comuns num laboratório de ótica utilizando o polarímetro PAX5710 da Thorlabs. Este trabalho foi desenvolvido no Laboratório de Ótica, Lasers e Sistemas (LOLS). A validação do funcionamento do aparelho é feita através da medição da espessura de um filme fino SiO_2 , depositado em Si , com 10 nm e da medição do índice de refração complexo de duas amostras de diferentes materiais: ouro e tântalo. A análise de incerteza é realizada de acordo com as normas do Guia para Expressão da Incerteza na Medição. Para verificar o correto funcionamento do elipsómetro montado, as medidas realizadas neste serão comparadas com os resultados obtidos nos elipsómetros existentes no Laboratório de Eletroquímica Interfacial da Faculdade de Ciências e no Instituto de Ciência e Engenharia de Superfícies, ambos pertencentes à Universidade de Lisboa.

Este trabalho irá então começar por abordar a teoria sobre a propagação de ondas eletromagnéticas, apresentando a forma geral da polarização de elipse e formas de caracterização desta, como os parâmetros de Stokes. De seguida introduz-se a álgebra de Müller para descrição da propagação e transmissão de um feixe eletromagnético polarizado. Terminada a descrição dos fenómenos físicos de interesse na área da elipsometria, é apresentada uma descrição de como podemos utilizar este conhecimento teórico para obter o valor de grandezas físicas, nomeadamente o índice de refração ou a espessura de um filme fino.

O elipsómetro implementado assenta numa configuração fotométrica medindo os parâmetros de polarização com uma lâmina de quarto de onda e um analisador internos ao polarímetro usado. São apresentadas as considerações relativas ao desenho do elipsómetro e construção de peças. É feito um estudo relativo à qualidade da montagem do aparelho analisando questões cruciais de alinhamento e estabilidade na polarização.

Com o intuito de verificar o correto funcionamento do elipsómetro montado na medição da espessura, analisou-se previamente a topografia da amostra fazendo medidas em pontos diferentes em dois elipsómetros comerciais. Nestes e no elipsómetro montado realizaram-se 10 medidas no mesmo ponto para verificar a repetibilidade do aparelho. O valor médio obtido no LOLS é então comparado com os limites obtidos na análise topográfica. Para as amostras espessas o valor de N obtido é apenas comparado com o valor teórico. Para a espessura do filme de SiO_2 é obtido o valor de 10,45 nm, com um desvio experimental de 4.49% e que está compreendido nos limites da análise topográfica. O índice de refração obtido para cada uma das amostras espessas apresenta um desvio experimental compreendido entre 11% e 21%. Atendendo aos resultados obtidos no elipsómetro montado e aos valores obtidos para comparação nos elipsómetros comerciais usados, é possível afirmar que o aparelho montado está funcionando corretamente. Assim, conseguimos criar um elipsómetro de baixo custo e que tem um desempenho razoável quando comparado com os aparelhos comerciais.

Palavras-chave: elipsometria, polarimetria, filme fino, espessura, índice de refração.

ABSTRACT

The present work consists, in the modelling, of assembly and test of a low cost ellipsometer with common components available in an optics laboratory by the use of the Thorlabs PAX5710 polarimeter. This work was performed at the Laboratório de Ótica, Lasers e Sistemas (LOLS). To verify whether the device operates properly, we will measure the thickness of a SiO₂ thin film of 10 nm *Si* and the complex refractive index of two samples of different materials: gold and tantalum. The uncertainty measurement is performed according to the Guide to the Expression of Uncertainty in Measurement (GUM). To verify the correct operation of this ellipsometer, the measurements will be compared with values obtained with commercial ellipsometers available at Laboratório de Eletroquímica Interfacial at Faculdade de Ciências and Instituto de Ciência e Engenharia de Materiais e Superfícies at Instituto Superior Técnico, both belonging to the University of Lisbon

The present work starts by introducing the theory behind electromagnetic waves propagation, presenting the general form for the polarization ellipse and ways of characterizing it, like the Stokes parameters. Then we focus on Muller's algebra to describe the propagation and reflection of polarized electromagnetic radiation. Having covered the physical description that is related to ellipsometry, we describe how we can use that theoretical knowledge to obtain the value of some physical quantities, namely the refractive index and the thickness of a thin film.

The assembled ellipsometer is built on a photometric configuration measuring the polarization parameters with a quarter-wave plate and an analyzer in the polarimeter. We present some considerations with regard to the design of the ellipsometer and certain built components. A study related to the quality of the assembly is done, with a focus on certain key aspects on alignment and polarization stability.

To verify whether the ellipsometer performs the thickness measurement correctly, the topography of the sample is previously analyzed through the thickness measurement on different spots by means of two different commercial ellipsometers. By using those and also the built ellipsometer, 10 measurements were performed on the same spot to verify the repeatability of the device. The mean value measured at LOLS is, then, compared to the boundary values obtained at the sample topography analysis. With regard to the thick samples, the mean value for N is only compared to the theoretical value.

The measured thickness for the SiO₂ film is 10,45 nm, with an experimental deviation of 4,49% and is comprehended within the boundaries set by the topographic analysis. The complex refractive index components measured for each sample have an experimental deviation between 11% and 21%. It should be noted that those values have a strong dependence on the sample surface condition. Taken the measured values into consideration and the ones measured in the commercial ellipsometers used, we can affirm that this device is working properly. Thus, we were able to create a low-cost ellipsometer with a reasonable performance when compared to the commercial devices.

Keywords: ellipsometry, polarimetry, thin film, thickness, refractive index.

ÍNDICE

Agradecimentos	v
Resumo	vi
Abstract	vii
Lista de Figuras	x
Lista de Tabelas	xiii
1 Introdução	1
1 Descrição matemática de uma onda eletromagnética monocromática	2
2 Polarização da luz	4
3 Parâmetros de Stokes	5
4 O vetor de Stokes e a esfera de Poincaré	7
5 Matrizes de Müller	8
6 Polarimetria	9
7 Reflexão e transmissão de uma onda num meio	12
8 Elipsometria - Fundamentos teóricos	17
2 Estado da arte	20
1 Elipsometria base	20
2 Elipsometria de imagem	25
3 Aparelhos atuais	27
3 O aparelho desenvolvido	29
1 Desenho e construção do elipsómetro	29
2 Componentes usados	30
3 Esquema do aparelho	32

4	O desenho do aparelho	32
5	Montagem e alinhamento do aparelho	36
6	Software desenvolvido	37
7	Balanço de custos	38
8	Considerações sobre o resultado final	39
4	Processamento dos dados e tratamento	49
1	procedimento para tratamento dos dados	49
2	Considerações sobre o cálculo das incertezas	51
5	Obtenção e tratamento de dados	52
1	Discussão dos resultados na ótica de validação do elipsómetro	59
6	Conclusão	61
7	Bibliografia	64
	Referências	64
8	Anexos	66

LISTA DE FIGURAS

1.1	Representação dos parâmetros geométricos de uma elipse.	5
1.2	Definição da elipse de polarização. O ponto roxo indica um estado de polarização. . .	7
1.3	Relação da posição da esfera de Poincaré com a polarização da luz. H, V, D e A correspondem, respetivamente, a polarização linear horizontal, vertical, diagonal (45°) e anti-diagonal (-45°). R e L são estados de polarização circular direta e inversa, respetivamente. As outras posições na esfera representam estados intermédios de polarização.	8
1.4	Esquema ilustrativo de um polarímetro de Stokes, fazendo uso de quatro detetores distintos.	9
1.5	Esquema de um aparelho para medição dos parâmetros de Stokes usando a técnica da lâmina de onda rotativa. Legenda: S_i - vetor de Stokes à entrada; QW - lâmina de quarto de onda rotativa; P - polarizador linear; S_o - vetor de Stokes à entrada do fotodetector; FD - fotodetector.	11
1.6	Esquema ilustrativo da reflexão e propagação de um feixe na interface entre um meio e um substrato.	12
1.7	Representação do fenómeno de propagação de um feixe num filme fino depositado num substrato. É possível observar as sucessivas reflexões e transmissões na amostra. . . .	15
1.8	Gráficos ilustrativos da influência do ângulo de incidência na refletância (a) e na determinação dos parâmetros elipsométricos (b) numa interface ar-vidro com $\lambda = 546,1 \text{ nm}$ e $N_{\text{vidro}} = 1.50$ [4].	16
1.9	Ilustração de uma amostra composta por n camadas de materiais com diferentes índices de refração complexo.	19
2.1	Esquema de um aparelho que permite realizar medidas de elipsometria nula. Legenda: L - laser, P - polarizador, C - lâmina de atraso, S - Amostra, A - Analisador, D - Detetor.	20
2.2	Esquema de uma dispositivo que implementa um sistema de elipsometria por analisador rotativo. Legenda: L - laser, P - polarizador, S - Amostra, A - Analisador, D - Detetor.	21
2.3	Esquema funcional de um elipsómetro que funcione através do uso de uma lâmina de quarto de onda em rotação. Legenda: L - laser, P - polarizador, S - Amostra, Q - lâmina de quarto de onda, A-analisador, D-fotodetector.	22
3.1	Distribuição espectral do feixe produzido pelo laser LPS-660-FC	31
3.2	Esquema do elipsómetro a construir.	32
3.3	Modelo tridimensional, criado em Solidworks, do elipsómetro a construir.	33
3.4	Fotografias do suporte para a amostra. a) Vista frontal com indicação do local da amostra; b) Vista lateral mostrando como a amostra fica colocada no suporte.	34
3.5	Fotografia do KM100B/M original (a) e modificado (b).	34
3.6	Suporte para o KM100B/M	35

3.7	Resultado final do conjunto que será acoplado no eixo central para alinhamento da amostra.	35
3.8	Interface do programa desenvolvido para realização das medidas, apresentando o display onde são apresentados os resultados das medidas.	38
3.9	Fotografia do aparelho montado.	39
3.10	Registo do desvio da posição vertical do ponto de incidência, indicando a inclinação do aparelho. Os dois pontos estão a uma distância de 1 mm.	40
3.11	Representação gráfica da calibração angular efetuada ao elipsómetro. A reta de ajuste encontra-se representada a vermelho.	41
3.12	Representação geométrica do problema de alinhamento dos eixos do PR01M e do eixo central.	41
3.13	Representação gráfica da evolução temporal dos parâmetros geométricos da elipse de polarização para a primeira aquisição. O valor a cinzento claro representa a média dos últimos cinco minutos de aquisição, com as barras de erro representando a incerteza de cada grandeza, conforme indicado pelo fabricante [16].	42
3.14	Representação gráfica da evolução temporal dos parâmetros geométricos da elipse de polarização para a segunda aquisição, realizada uma dia após a primeira. O valor a cinzento claro representa a média dos últimos cinco minutos de aquisição, com as barras de erro representando a incerteza de cada grandeza, conforme indicado pelo fabricante[16].	43
3.15	Representação gráfica da evolução temporal do azimute para as duas aquisições curtas. É possível observar que mesmo para um intervalo entre as duas aquisições mais curto, verifica-se uma diferença entre os valores medidos que é superior ao valor da incerteza do polarímetro. a) Primeira aquisição. b) Segunda aquisição.	44
3.16	Gráficos do azimute em função do tempo para as diferentes aquisições realizadas com o intuito de verificar a estabilidade do estado de polarização após a substituição do polarizador. a) Imediatamente após alteração do polarizador. b) Segunda aquisição após alteração do polarizador. c) Imediatamente após ajuste do polarizador. d) Aquisição realizada no fim do dia para comparação com as aquisições realizadas no dia seguinte (gráfico na figura e)). e) Aquisição no dia seguinte à alteração do polarizador.	45
3.17	Gráfico do azimute em função do tempo, com movimento do motor até os 10°, 20°, 45° e 60° e retorno à base, por ordem. Em a) os pontos dispersos representam ângulos azimutais aleatórios devido à luz ambiente.	46
3.18	46
4.1	Cadeia de cálculos necessários para determinação dos parâmetros e respetiva incerteza para cada tipo de medida: a) índice de refração de amostra espessa, b) espessura de filme fino.	50
5.1	Representação gráfica dos valores de espessura obtidos para medições em diferentes pontos de incidência.	54

5.2	Representação gráfica dos valores obtidos para as medições efetuadas sem alteração do local de incidência. O valor a cinzento representa a média e as barras de erro representam a incerteza da medição.	55
5.3	Coefficientes do índice de refração complexo para a amostra de tântalo. a) Índice de refração; b) Coeficiente de extinção.	56
5.4	Coefficientes do índice de refração complexo para a amostra de ouro. O valor a cinzento apresenta o valor médio e a incerteza está representada pelas barras de erro. a) Índice de refração; b) Coeficiente de extinção.	57

LISTA DE TABELAS

3.1	Valores obtidos para a espessura medida, tendo em conta o valor da incerteza para os parâmetros de polarização, ângulo de incidência e ambos.	48
5.1	Caraterísticas dos elipsómetros usados como referências para comparação.	52
5.2	Valores usados para o índice de refração complexo.	52
5.3	Dados obtidos no LEI e no ICEMS para Δ e ψ	53
5.4	Dados originais obtidos nos três laboratórios.	54
5.5	Comparação das medidas obtidas para os três elipsómetros.	55
5.6	Valores experimentais obtidos no LOLS para as amostras de tântalo e ouro.	56
5.7	Análise dos dados para as amostras de tântalo e ouro. O valor a cinzento apresenta o valor médio e a incerteza está representada pelas barras de erro.	57

Capítulo 1

Introdução

A grande revolução tecnológica que temos vindo a contemplar nos últimos anos deve-se em grande parte ao domínio que o Homem estabeleceu na manipulação e utilização dos materiais para servir os mais diversos propósitos. Um dos grandes propulsores destas inovações foi a descoberta dos materiais semicondutores. Estes caracterizam-se por terem uma condutividade que aumenta com a temperatura, ao contrário dos materiais conhecidos anteriormente. Nestes materiais podem ser introduzidas impurezas de valência oposta à dos átomos que compõem a rede cristalina do semicondutor, formando os semicondutores do tipo P (impurezas com valência positiva) ou do tipo N (impurezas com valência negativa). Ao criar junções de materiais de tipos diferentes foi possível então criar dispositivos com propriedades elétricas bastante úteis para a manipulação da corrente elétrica: o díodo e o transistor. O primeiro permite condicionar o movimento da corrente num só sentido enquanto o segundo permite amplificar sinais eletrónicos e ser usado como interruptor. O transistor é considerado um dos blocos fundamentais dos dispositivos modernos e é considerado pela IEEE como uma das *milestones* na história da eletrónica [1].

A descoberta destes dois dispositivos foi responsável pela portabilidade existente nos dispositivos tecnológicos atuais, que anteriormente tinham grandes dimensões e peso elevado, o que tornava difícil ou mesmo impossível o seu transporte. Basta recordar que o ENIAC, considerado o primeiro computador, ocupava uma área de 63 m^2 e pesava cerca de trinta toneladas [2]. Atualmente podemos desfrutar de aparelhos muito mais potentes com muito menos volume e peso. No entanto, a miniaturização não se deveu apenas à descoberta do díodo e do transistor mas também ao desenvolvimento de técnicas que permitiram a construção de circuitos integrados, com dimensões cada vez menores.

Para cumprir as especificações de espessura necessárias para a construção de tais placas, é necessário a monitorização da espessura do filme fino de silício criado. Atendendo a que as dimensões envolvidas nos circuitos integrados são atualmente da ordem dos nanómetros, podemos supor que a medição de tal grandeza será um processo complicado. É nesta área que a elipsometria intervém diretamente, permitindo medições em tempo real e *in situ*.

Proposta por Paul Drude, em 1902, no seu livro *Lehrbuch der Optik* [3], ao abordar a teoria da polarização da luz, a elipsometria é, segundo Azzam e Bashara, “uma técnica ótica de caracterização de materiais e observação de fenómenos que ocorrem na interface ou filme fino colocado entre dois meios e baseia-se na transformação que ocorre quando um feixe de luz polarizado é refletido ou transmitido pela interface ou filme fino” [4]. A elipsometria é uma técnica bastante atrativa pois permite realizar medidas *in situ* e em tempo real com elevada sensibilidade e precisão. A evolução deste aparelho é motivada essencialmente pela necessidade crescente em medir filmes cada vez mais finos. É de notar que em 1945 já existiam elipsómetros com capacidade para medir espessuras de

filmes finos com dimensões inferiores ao nanómetro [5].

O trabalho proposto para esta dissertação tem como objetivo a montagem de um elipsómetro de baixo custo, com materiais vulgarmente encontrados nos laboratórios de ótica, com capacidade de realizar medidas de índices de refração para amostras espessas e espessuras de filmes finos. Assim, esta dissertação apresenta a teoria das ondas eletromagnéticas até à dedução da forma geral da elipse de polarização de um feixe eletromagnético, passando em seguida para as formas de caracterização da polarização, como a esfera de Poincaré e os parâmetros de Stokes, seguindo-se a abordagem de Müller para as transformações que ocorrem no estado de polarização quando a luz polarizada é transmitida ou refletida por um material. Apresentada a teoria física que nestes casos leva à mudança na polarização de um feixe eletromagnético, é explicado em detalhe a base teórica da elipsometria, ou seja, o que sucede na interface entre dois meios distintos, apresentando os coeficientes de Fresnel, e na situação em que existe um filme fino homogéneo entre dois meios, que leva a uma alteração da polarização. Em seguida, é apresentado um conjunto de considerações relativas aos requisitos do aparelho a desenhar, os passos para a sua construção e calibração, bem como uma avaliação ao resultado final. Os dados obtidos, respetivo tratamento e discussão dos resultados são apresentados na secção 5.

A validação do funcionamento do aparelho é feita através da comparação dos resultados obtidos com dois elipsómetros comerciais existentes no Laboratório de Eletroquímica Interfacial (LEI) da Faculdade de Ciências e no Instituto de Ciência e Engenharia de Materiais e Superfícies (ICEMS), do Instituto Superior Técnico, ambos da Universidade de Lisboa.

1. DESCRIÇÃO MATEMÁTICA DE UMA ONDA ELETROMAGNÉTICA MONOCROMÁTICA

As origens da elipsometria remontam ao início dos trabalhos de investigação sobre a natureza da luz, por Christiaan Huygens em 1690, no “*Traité de la Lumière*”, no qual apresenta uma teoria ondulatória para a luz, contrariamente ao defendido por Newton. Huygens propõe que a luz é emitida por uma fonte pontual e propaga-se em todas as direções. Posteriormente, no início do século XIX, realizando experiências óticas com fendas, Young demonstra o efeito da interferência na luz, confirmando assim a natureza ondulatória desta. Vinte anos depois, Fresnel apresenta a possibilidade de polarização da luz, caso esta apresentasse um comportamento transversal e não longitudinal. No entanto, só em 1840 é que Faraday observa a relação entre a luz e o magnetismo, através da lei de Faraday, demonstrando que a luz era uma perturbação eletromagnética transversal, podendo se propagar no vácuo, sem necessidade de um meio. Finalmente, o passo para a formalização da teoria sobre a luz coube a James Clerck Maxwell, com a publicação de quatro leis matemáticas que abrangem elegantemente as ideias básicas do eletromagnetismo e das ondas eletromagnéticas - as chamadas equações de Maxwell - publicadas em 1873, na obra “*A Treatise on Electricity and Magnetism*”. Estabelecer-se-ia aqui a teoria clássica para as ondas eletromagnéticas.

As equações seguintes apresentam a forma das equações de Maxwell para a propagação de uma onda eletromagnética num meio.

$$\nabla \cdot \vec{E} = \frac{\rho}{\epsilon_0} \quad (1.1)$$

$$\nabla \cdot \vec{B} = 0 \quad (1.2)$$

$$\nabla \times \vec{E} = -\frac{\partial \vec{B}}{\partial t} \quad (1.3)$$

$$\nabla \times \vec{B} = \mu_0 \left(\vec{J} + \epsilon_0 \frac{\partial \vec{E}}{\partial t} \right) \quad (1.4)$$

onde \vec{E} e \vec{B} representam respetivamente o campo elétrico e magnético da onda, \vec{J} é a corrente de deslocamento (introduzida na lei de Ampère por Maxwell), ρ representa a densidade de carga elétrica, ϵ_0 é a constante de permissividade do vácuo e tem o valor aproximado de $8,845 \text{ Fm}^{-1}$, e μ_0 é a permeabilidade magnética do vácuo e tem o valor de $4\pi \times 10^{-7} \text{ Hm}$.

Das equações anteriores é possível deduzir a equação de onda, que determina a evolução temporal de uma onda genérica (equação 1.5).

$$\frac{\partial^2 \vec{E}}{\partial^2 t} - c^2 \nabla^2 \vec{E} = 0 \quad (1.5)$$

onde $c = \frac{1}{\sqrt{\epsilon_0 \mu_0}}$ é a velocidade de propagação da luz no vácuo. A forma da equação 1.5 é válida tanto para o campo elétrico como para o campo magnético.

A solução mais simples da equação de onda é a onda plana monocromática, descrita matematicamente pela seguinte expressão:

$$\vec{E} = \vec{A}_0 \exp \left(i \left(\vec{k} \cdot \vec{r} - \omega t + \delta \right) \right) \quad (1.6)$$

onde ω é a frequência angular, \vec{k} é o vetor de onda e δ é a fase da onda. Esta forma é usada para simplificação matemática e a sua parte complexa não tem significado físico. É de referir que a onda plana é uma abstração matemática, inexistente na Natureza, uma vez que implicaria que a onda tivesse início e fim no infinito.

Assumindo os campos elétricos e magnéticos como ondas planas e usando as equações de Maxwell é possível verificar que os três vetores \vec{E}, \vec{B} e \vec{k} são perpendiculares entre si e que existe uma grande diferença entre os módulos de \vec{E} e \vec{B} , dada por

$$|\vec{B}|^2 = \frac{1}{c^2} |\vec{E}|^2 \quad (1.7)$$

Tendo em conta este resultado, podemos concluir que a intensidade do campo magnético é cerca de dezasseis ordens de grandeza inferior à do campo elétrico.

2. POLARIZAÇÃO DA LUZ

A descrição da interação de uma onda eletromagnética com um material assentará basicamente sobre o campo elétrico, \vec{E} , atendendo à diferença de intensidade entre este e o campo magnético. A sua representação, num ponto fixo do espaço é de uma onda sinusoidal, que pode ser decomposta em três componentes lineares e independentes segundo três direções ortogonais x, y, e z.

$$\vec{E} = E_x \hat{x} + E_y \hat{y} + E_z \hat{z} \quad (1.8)$$

$$E_i = E_{i0} \cos(\omega t + \delta)$$

Assumindo que estamos a observar a luz segundo o seu eixo de propagação, na direção oposta à do vetor \vec{k} , a componente segundo esta direção é nula e o campo elétrico limita-se à sobreposição das restantes componentes. A polarização toma então a forma do movimento de precessão efetuado pelo vetor do campo elétrico, resultante da dependência entre as componentes perpendiculares ao eixo de propagação da onda. A sua forma geral é uma elipse e a sua demonstração é feita em seguida.

Consideremos então que $\vec{E} = E_{0x} \cos(\omega t) \hat{x} + E_{0y} \cos(\omega t + \delta) \hat{y}$, onde δ representa a diferença de fase entre as duas componentes da onda.

Expandindo a componente y de \vec{E} , obtém-se

$$E_y = E_{y0} (\cos(\omega t) \cos(\delta) - \sin(\omega t) \sin(\delta)) \quad (1.9)$$

atendendo que $\cos(\omega t) = \frac{E_x}{E_{x0}}$ a equação anterior pode ser escrita como:

$$\frac{E_y}{E_{y0}} - \frac{E_x}{E_{x0}} \cos(\delta) = \sin(\omega t) \sin(\delta)$$

Fazendo o quadrado de ambos os lados

$$\begin{aligned} \left(\frac{E_y}{E_{y0}}\right)^2 + \left(\frac{E_x}{E_{x0}}\right)^2 \cos^2(\delta) - 2 \frac{E_x}{E_{x0}} \frac{E_y}{E_{y0}} \cos(\delta) &= \sin^2(\omega t) \sin^2(\delta) \\ \sin^2(\omega t) + \cos^2(\omega t) &= \frac{\left(\frac{E_y}{E_{0y}}\right)^2 + \left(\frac{E_x}{E_{0x}}\right)^2 \cos^2(\delta) - 2 \frac{E_x}{E_{0x}} \frac{E_y}{E_{0y}} \cos(\delta)}{\sin^2(\delta)} + \left(\frac{E_x}{E_{0x}}\right)^2 \end{aligned} \quad (1.10)$$

O que nos dá a equação de uma elipse circunscrita num retângulo de lados $2E_{x0}$ e $2E_{y0}$. A equação 1.10 apresenta a forma geral da elipse de polarização de um feixe de luz monocromática. Com determinados valores para δ , E_{x0} e E_{y0} é possível degenerar a elipse em suas situações limite: circunferência e linha, correspondentes à polarização circular e linear.

A polarização circular ocorre quando $\delta = \frac{\pi}{2}$ ou $\delta = \frac{3\pi}{2}$, respetivamente para polarização circular direta (sentido dos ponteiros do relógio) ou inversa. A polarização linear ocorre quando δ toma

valores de 0 ou π , obtendo-se, quando este é substituído na equação 1.10, a igualdade $\frac{E_x}{E_{x0}} = \pm \frac{E_y}{E_{y0}}$, indicando a co-linearidade entre as duas componentes do campo.

Todos as outras situações da polarização são elipses cuja forma geométrica se encontra entre estas duas formas limite.

Tendo provado que a forma geral da polarização é uma elipse, é possível agora, com recurso à Geometria, achar relações que nos permitam mais facilmente entender a forma da elipse sem necessidade da equação 1.10.

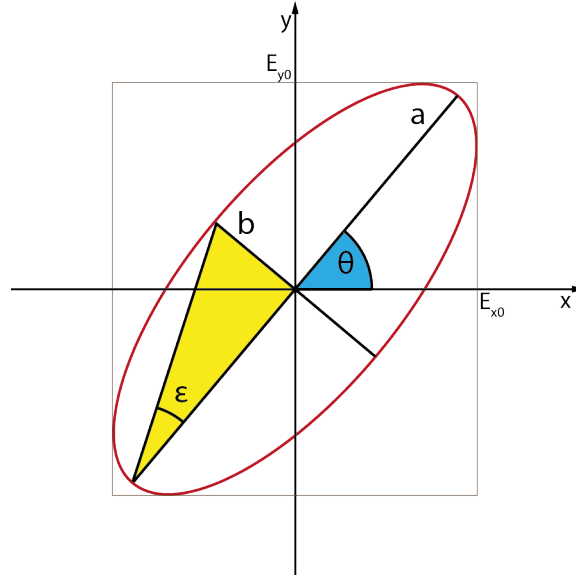


Figura 1.1: Representação dos parâmetros geométricos de uma elipse.

A figura 1.1 apresenta dois ângulos que permitem caraterizar a elipse: o ângulo azimutal, θ , e a elipticidade, ϵ . O primeiro indica a inclinação que a elipse faz com o eixo das abcissas e encontra-se limitado entre 90° e os -90° . A excentricidade da elipse pode ser interpretada através de $e = \frac{b}{a}$, variando entre 0 e 1, desta forma introduz-se o ângulo ϵ , tal que $e = \pm \tan(\epsilon)$, confinado entre 45° e -45° e o sinal indica a direção de rotação da elipse [4].

3. PARÂMETROS DE STOKES

O estado de polarização de um feixe eletromagnético também pode ser representado através de quatro números, S_0 , S_1 , S_2 e S_3 , denominados de parâmetros de Stokes . Estes têm dimensões físicas de intensidade e são definidos através das suas componentes em x e em y , num referencial cartesiano

arbitrário, através das seguintes equações [4]:

$$\begin{cases} S_0 = < \vec{E}_x^2(t) > + < \vec{E}_y^2(t) > \\ S_1 = < \vec{E}_x^2(t) > - < \vec{E}_y^2(t) > \\ S_2 = 2 < \vec{E}_x(t) \vec{E}_y(t) \cos(\delta_y - \delta_x) > \\ S_3 = 2 < \vec{E}_x(t) \vec{E}_y(t) \sin(\delta_y - \delta_x) > \end{cases} \quad (1.11)$$

Cada parâmetro de Stokes tem um significado específico na forma da polarização. O primeiro indica apenas a intensidade do feixe, enquanto o segundo indica a diferença de intensidades nas duas componentes. O parâmetro S_2 indica a aproximação da polarização do feixe a uma forma linear a $\pm 45^\circ$, sendo que se este tomar um valor positivo (negativo) a polarização tende a ser linear com 45° (-45°). Se for nulo, a onda não apresenta preferência por nenhum dos tipos de polarização. De forma semelhante, S_3 representa a preferência da onda por uma polarização circular esquerda ou direita se o sinal deste parâmetro for negativo ou positivo, respetivamente. Se for nulo, não há qualquer preferência por um destes estados. Um feixe não polarizado, apresenta um valor nulo para os últimos três parâmetros.

Para entender mais facilmente o significado de S_2 e S_3 pode-se sugerir a seguinte experiência para medição indireta destes. O valor de S_2 pode ser medido com dois polarizadores lineares, um a 45° e outro a -45° e um fotodetector para medição da intensidade do feixe emergente. O parâmetro S_2 é então medido através da diferença das intensidades medidas após a passagem pelos dois polarizadores [6]. O mesmo raciocínio aplica-se para S_3 mas utilizando um polarizador circular esquerdo e outro direito. Podemos então reescrever o sistema de equações 1.11, a fim de tornar mais perceptível o significado de cada parâmetro.

$$\begin{cases} S_0 = I_T = I_x + I_y = I_{45^\circ} + I_{-45^\circ} = I_r + I_l \\ S_1 = I_x - I_y \\ S_2 = I_{45^\circ} - I_{-45^\circ} \\ S_3 = I_r - I_l \end{cases} \quad (1.12)$$

onde $I_{\pm 45^\circ}$ e $I_{r,l}$ indica a intensidade transmitida por um polarizador ideal ajustado para transmitir a componente linear a $\pm 45^\circ$ e polarização circular direita (r) e esquerda (l), respetivamente.

Os quatro parâmetros de Stokes encontram-se relacionados através da expressão 1.13[6].

$$S_0 = \sqrt{S_1^2 + S_2^2 + S_3^2} \quad (1.13)$$

Se dividirmos S_1 , S_2 e S_3 por S_0 , obtemos então os parâmetros de Stokes normalizados s_1 , s_2 e s_3 , sendo válida a expressão $\sqrt{s_1^2 + s_2^2 + s_3^2} = 1$. É possível ainda escrever os parâmetros de Stokes

através dos ângulos da elipse, definidos anteriormente, através das equações [4]

$$\begin{cases} S_0 = I_T \\ S_1 = I_T \cos(2\theta) \cos(2\varepsilon) \\ S_2 = I_T \sin(2\theta) \cos(2\varepsilon) \\ S_3 = I_T \sin(2\varepsilon) \end{cases} \Rightarrow \begin{cases} s_0 = 1 \\ s_1 = \cos(2\theta) \cos(2\varepsilon) \\ s_2 = \sin(2\theta) \cos(2\varepsilon) \\ s_3 = \sin(2\varepsilon) \end{cases} \quad (1.14)$$

4. O VETOR DE STOKES E A ESFERA DE POINCARÉ

Os parâmetros de Stokes são normalmente apresentados sob a forma de vetor coluna - o vetor de Stokes, \vec{S} . Este vetor, em conjunto com as matrizes de Müller (como veremos adiante), permite o estudo da propagação da polarização com a reflexão e transmissão do feixe em superfícies [6].

$$\vec{S} = \begin{pmatrix} S_0 & S_1 & S_2 & S_3 \end{pmatrix}^T \quad (1.15)$$

A esfera de Poincaré, introduzida por H. Poincaré em 1892, é definida através dos três últimos parâmetros de Stokes e permite uma representação gráfica do estado de polarização do feixe. A cada ponto da superfície corresponde exclusivamente um estado de polarização.

Observando então a forma do sistema 1.14, podemos definir uma esfera cujo referencial é definido pelos parâmetros de Stokes normalizados e as coordenadas esféricas são dadas pelo raio com 1 e ângulos θ e ε , conforme indicado na figura 1.2 [6].

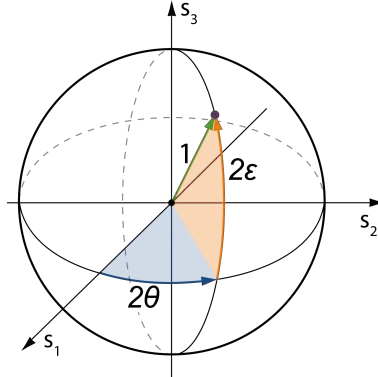


Figura 1.2: Definição da elipse de polarização. O ponto roxo indica um estado de polarização.

A figura 1.3 apresenta a correspondência entre a posição na superfície da esfera de Poincaré com a forma da polarização do feixe. É de notar que os pontos de interseção da esfera com os eixos apresentam situações particulares de polarização. Todos os estados que não se encontram nestes pontos representam formas de polarização intermédias. Seguem-se dois exemplos para entender como é que a variação da forma da polarização é expressa na representação de Poincaré.

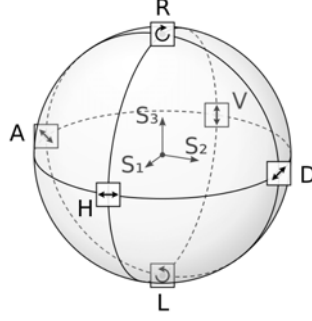


Figura 1.3: Relação da posição da esfera de Poincaré com a polarização da luz. H, V, D e A correspondem, respetivamente, a polarização linear horizontal, vertical, diagonal (45°) e anti-diagonal (-45°). R e L são estados de polarização circular direta e inversa, respetivamente. As outras posições na esfera representam estados intermédios de polarização.

1. Percurso H - D

Entre H e D, a polarização mantém a elipticidade com valor nulo (polarização linear) durante todo o percurso e o único parâmetro que é alterado é o ângulo azimutal, passando de $\theta = 0^\circ$ a $\theta = 45^\circ$. O valor de s_3 é nulo durante todo o percurso, e como consequência o valor da elipticidade é sempre nulo.

2. Percurso H - R.

O percurso entre H e R traduz-se numa mudança entre uma polarização completamente linear, com $\theta = 0^\circ$ para um estado circular direito. Nos pontos intermédios, a forma da polarização é elíptica, rodando para a direita e mantendo o valor de θ constante. A excentricidade aumenta progressivamente até chegar à situação final de polarização circular, ou seja, o valor de s_3 passa de 0 a 1.

5. MATRIZES DE MÜLLER

A polarização de um feixe de luz, mono ou quase-monocromático, sofre alterações quando é transmitida ou refletida por dispositivos óticos não-despolarizantes (esta é a base da elipsometria) [4]. A álgebra de Müller é um método matricial para manipulação do vetor de Stokes, introduzido por Hans Müller, em 1943, que traduz os efeitos de alteração da polarização numa matriz 4×4 , que multiplicada pelo vetor de Stokes da luz incidente, \vec{S}_i , indica qual a polarização resultante do feixe, \vec{S}_o [4].

A passagem de um feixe de polarização por um elemento ótico é descrita então pela equação 1.16.

$$\vec{S}_o = \vec{M} \vec{S}_i \quad (1.16)$$

No caso da existência de dois ou mais dispositivos, a equação 1.16 toma a forma da equação 1.17.

$$\vec{S}_o = \vec{M}_n \vec{M}_{n-1} \dots \vec{M}_1 \vec{S}_i \quad (1.17)$$

A matriz de Müller para a luz refletida numa superfície isotrópica é dada por [6]:

$$M_S = \begin{pmatrix} 1 & -\cos(2\psi) & 0 & 0 \\ -\cos(2\psi) & 1 & 0 & 0 \\ 0 & 0 & \sin(2\psi)\cos(\Delta) & \sin(2\psi)\sin(\Delta) \\ 0 & 0 & -\sin(2\psi)\sin(\Delta) & \sin(2\psi)\cos(\Delta) \end{pmatrix} \quad (1.18)$$

Onde Δ e ψ são os parâmetros elipsométricos, que serão descritos adiante.

6. POLARIMETRIA

O ramo da Ótica que se dedica às técnicas de determinação do estado de polarização de um feixe de radiação eletromagnética e sua interpretação é denominado de Polarimetria. Neste prisma, a elipsometria é considerada uma técnica particular de Polarimetria uma vez que, através da alteração do estado de polarização consegue determinar parâmetros de interesse de uma determinada amostra. Existem inúmeras técnicas dentro da Polarimetria para a determinação dos parâmetros de Stokes. Nesta secção iremos apresentar algumas destas, com a devida explicação dos processos intermédio.

A abordagem mais direta é usando um aparelho, apelidado de detetor de Stokes, composto por quatro polarizadores, uma lâmina de quarto de onda e quatro fotodetetores. O feixe incidente irá incidir em aberturas que contêm estes componentes óticos. Os polarizadores são colocados com orientações distintas, conforme é possível observar na figura 1.4.

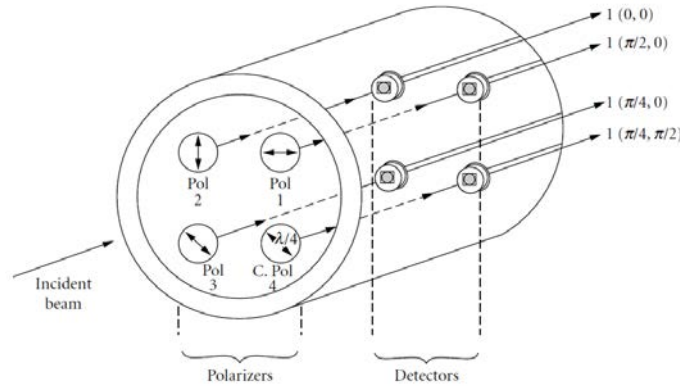


Figura 1.4: Esquema ilustrativo de um polarímetro de Stokes, fazendo uso de quatro detetores distintos.

Nesta é possível observar que na abertura 4, além do polarizador é colocada a lâmina de quarto de onda. Através da álgebra de Müller, é possível verificar que a intensidade medida por um fotodetetor após a passagem de um feixe polarizado arbitrário, definido pelo seguinte vetor de Stokes $S = I_0 \begin{pmatrix} 1 & s_1 & s_2 & s_3 \end{pmatrix}^T$, por um lâmina de atraso genérica e um polarizador é dado através da equação 1.19

$$I(\theta, \phi) = \frac{I_0}{2} (1 + s_1 \cos(2\theta) + s_2 \sin(2\theta) \cos(\phi) - s_3 \sin(2\theta) \sin(\phi)) \quad (1.19)$$

onde θ representa o ângulo de transmissão do polarizador e ϕ representa a diferença de fase introduzida pelo lâmina de atraso [7].

Pela equação 1.19 podemos concluir que os três parâmetros de Stokes podem ser medidos diretamente se atribuirmos aos dois ângulos anteriores determinados valores, para cada um dos 4 conjuntos, de forma a medir as seguintes intensidades: $I(0,0)$, $I(\pi/2,0)$, $I(\pi/4,0)$ e $I(\pi/4,\pi/2)$. Em termos da equação 1.19, cada um dos termos de intensidade descritos anteriormente toma as expressões do sistema de equações 1.20.

$$\begin{cases} I(0,0) = \frac{I_0}{2}(1+s_1) \\ I(\pi/2,0) = \frac{I_0}{2}(1-s_1) \\ I(\pi/4,0) = \frac{I_0}{2}(1+s_2) \\ I(\pi/4,\pi/2) = \frac{I_0}{2}(1-s_2) \end{cases} \quad (1.20)$$

Assim é possível inverter as equações em ordem a cada um dos parâmetros de Stokes e determinar a intensidade do feixe incidente. O cálculo de cada um destes é dado nas equações 1.21 a 1.24.

$$I = I(0,0) + I(\pi/2,0) \quad (1.21)$$

$$s_1 = I(0,0) - I(\pi/2,0) \quad (1.22)$$

$$s_2 = 2I(\pi/4,0) - I(0,0) - I(\pi/2,0) \quad (1.23)$$

$$s_3 = I(0,0) + I(\pi/2,0) - 2I(\pi/4,0) \quad (1.24)$$

Apesar de serem extremamente rápidos, com capacidade de determinar os parâmetros de Stokes na ordem dos nanosegundos [7], a desvantagem na utilização deste dispositivo está no número de componentes necessário e na sua construção, observando que tem de ser um aparelho bastante pequeno. Em [7] é apresentado a construção de um polarímetro deste género e descrita a sua utilização para a determinação, em curtos intervalos de tempo (na ordem dos nanosegundos), dos parâmetros elipsométricos usando um laser de nanosegundo.

Uma outra abordagem ao problema da medição dos parâmetros de Stokes está na utilização de componentes óticos, tais como lâminas de quarto de onda e polarizadores, que estando em rotação irão modular o feixe que irá incidir num fotodetector. Uma das configurações mais comuns é a utilização de um analisador rotativo, com frequência angular ω . A matriz de Müller para este componente é dada na equação 1.25, com θ representando a posição angular instantânea do eixo da lâmina de quarto de onda[8].

$$M_{POL} = \frac{1}{2} \begin{pmatrix} 1 & \cos(2\theta) & \sin(2\theta) & 0 \\ \cos(2\theta) & \cos^2(2\theta) & \sin(2\theta)\cos(2\theta) & 0 \\ \sin(2\theta) & \sin(2\theta)\cos(2\theta) & \sin^2(2\theta) & 0 \\ 0 & 0 & 0 & 0 \end{pmatrix} \quad (1.25)$$

Multiplicando esta por um vetor de Stokes arbitrário, $S = \begin{pmatrix} S_0 & S_1 & S_2 & S_3 \end{pmatrix}^T$, obtendo o vetor S' e considerando apenas o parâmetro S'_0 , que nos dá a intensidade total da onda eletromagnética obtemos a seguinte expressão, que será detetada no fotodetector [8]

$$I(t) = \frac{1}{2} (S_0 + S_1 \cos(2\theta) + S_2 \sin(2\theta)) \quad (1.26)$$

Em termos dos parâmetros de Stokes normalizados e atendendo que $\theta = \omega t$:

$$I(t) = \frac{S_0}{2} (1 + s_1 \cos(2\omega t) + s_2 \sin(2\omega t)) \quad (1.27)$$

Atendendo à modulação da intensidade, é possível, através de uma análise de Fourier obter os valores de s_1 e de s_2 . A determinação de s_3 é feita através da equação 1.13, sendo impossível por este meio determinar o sinal deste último parâmetro de Stokes.

A técnica seguinte permite a determinação de todos os parâmetros de Stokes e utiliza, além do fotodetector, uma lâmina de quarto de onda em rotação com frequência angular ω , seguida de um polarizador linear, como é possível observar na figura 1.5 [8].

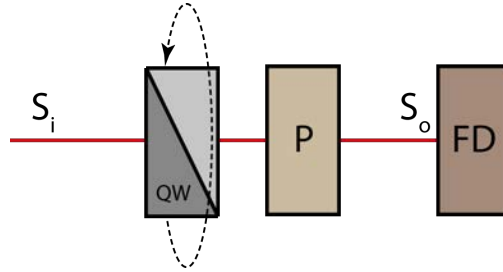


Figura 1.5: Esquema de um aparelho para medição dos parâmetros de Stokes usando a técnica da lâmina de onda rotativa. Legenda: S_i - vetor de Stokes à entrada; QW - lâmina de quarto de onda rotativa; P - polarizador linear; S_o - vetor de Stokes à entrada do fotodetector; FD - fotodetector.

Usando o produto de matrizes de Müller para o sistema apresentado, ou seja:

$$S' = M_{POL} M_{QO} S \quad (1.28)$$

onde a matriz de Müller da lâmina de quarto de onda é dada por:

$$M_{QO} = \begin{pmatrix} 1 & 0 & 0 & 0 \\ 0 & \cos^2(2\theta) & \sin(2\theta)\cos(2\theta) & -\sin(2\theta) \\ 0 & \sin(2\theta)\cos(2\theta) & \sin^2(2\theta) & \cos(2\theta) \\ 0 & \sin(2\theta) & -\cos(2\theta) & 0 \end{pmatrix} \quad (1.29)$$

Considerando, sem perda de generalidade, que o polarizador é horizontal, a sua matriz de Müller toma a seguinte forma:

$$M_{POLH} = \frac{1}{2} \begin{pmatrix} 1 & 1 & 0 & 0 \\ 1 & 1 & 0 & 0 \\ 0 & 0 & 0 & 0 \\ 0 & 0 & 0 & 0 \end{pmatrix} \quad (1.30)$$

Realizando as operações algébricas para resolução deste problema, tendo em conta que $\theta = \omega t$, e considerando apenas o valor de S'_0 , que nos indica a dependência em ω da intensidade da onda detetada no fotodetector, obtemos [8]:

$$I(t) = \frac{1}{2} \left(\left(S_0 + \frac{S_1}{2} \right) - S_3 \sin(2\omega t) + \frac{S_1}{2} \cos(4\omega t) + \frac{S_2}{2} \sin(4\omega t) \right) \quad (1.31)$$

que pode ser escrita como $I(t) = \frac{1}{2} (A - B \sin(2\omega t) + C \cos(4\omega t) + D \sin(4\omega t))$

A equação 1.31 representa uma série de Fourier truncada, com um termo DC (A), um termo de frequência dupla (B) e dois termos de frequência quadrupla (C e D). Uma análise de Fourier ao sinal detetado permite uma determinação de A , B , C e D e, atendendo às seguintes equações, é então possível calcular todos parâmetros de Stokes, através do sistema de equações 1.32 [8].

$$\begin{cases} S_0 = & A - C \\ S_1 = & 2C \\ S_2 = & 2D \\ S_3 = & B \end{cases} \quad (1.32)$$

7. REFLEXÃO E TRANSMISSÃO DE UMA ONDA NUM MEIO

A elipsometria tanto pode funcionar através da reflexão coma da transmissão de uma onda eletromagnética. Estes dois processos óticos foram estudados por Augustin-Jean Fresnel que deduziu um conjunto de quatro equações, apelidadas de coeficientes de Fresnel, que descrevem as transformações que ocorrem numa onda quando transita entre dois meios com índices de refração diferentes.

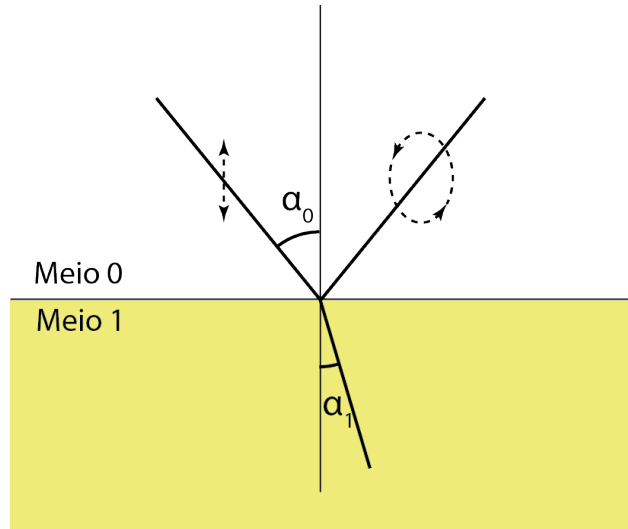


Figura 1.6: Esquema ilustrativo da reflexão e propagação de um feixe na interface entre um meio e um substrato.

Antes de avançar para a formalização matemática da reflexão e transmissão de uma onda ao mudar de meio de propagação é necessário introduzir o conceito de índice de refração complexo.

Suponhamos que temos um feixe de luz a incidir na interface entre duas superfícies, como ilustrado na figura 1.6. O plano definido pelos feixe refletido e incidente é denominado por plano de incidência. A componente de polarização paralela a este plano é denominada por componente p e a perpendicular por s (do Alemão *senkrecht*).

Ao incidir na interface, a onda é transmitida para o meio um e refletida de volta para o meio zero. Nesta transmissão, a onda altera o ângulo que faz com a normal ao plano da interface, de forma a satisfazer o principio de Fermat, como consequência da propagação do feixe nos dois meios se efetuar com velocidades distintas. A descrição deste fenómeno ótico é realizada através da equação de Snell-Descartes, apresentada na equação 1.33.

$$n_1 \sin(\alpha_1) = n_2 \sin(\alpha_2) \quad (1.33)$$

onde n_1 e n_2 são os índices de refração de cada um dos meios. Este é dado por $n = \frac{c}{v}$, em que c e v são, respetivamente, a velocidade da luz no vácuo e num meio arbitrário.

Na situação descrita anteriormente, a propagação no meio não tomava em conta a atenuação que o feixe poderia sofrer na sua interação com este. Para tomar este efeito em conta iremos retomar a equação de onda monocromática, descrita na equação 1.6, restringindo as nossas considerações apenas à componente espacial desta e supondo movimento apenas segundo o eixo x . Atendendo que $k = \frac{\omega}{v} = \frac{\omega n}{c}$, obtemos na mesma a descrição de uma onda plana, sem qualquer atenuação, apresentada na equação 1.34.

$$\vec{E} = \vec{E}_0 \exp\left(-i \frac{n\omega x}{c}\right) \quad (1.34)$$

Para atingir a descrição pretendida, iremos adicionar ao índice de refração, um coeficiente imaginário, denominado de coeficiente de extinção, k , que irá descrever a atenuação da onda ao percorrer o material, obtendo desta forma o índice de refração complexo, $N[4]$:

$$N = n - ik \quad (1.35)$$

Com o mesmo raciocínio usado para obter a equação 1.34, obtemos a mesma equação mas agora multiplicada por uma função exponencial que decresce com a distância percorrida, regulada pelo coeficiente de extinção, como demonstrado na equação 1.36.

$$\vec{E} = \vec{E}_0 \exp\left(-i \frac{n\omega x}{c}\right) \exp\left(-\frac{k\omega x}{c}\right) \quad (1.36)$$

Assim, o uso do índice de refração complexo permite de uma maneira simples descrever a propagação de uma onda num meio material com absorção.

A. Interface entre dois materiais

Consideremos então a situação em que temos uma onda a incidir na interface entre dois meios com diferentes índices de refração, como na figura 1.6. Interessa-nos então saber de que forma se

relacionam os parâmetros físicos da onda refletida/transmitida com os da onda incidente. Consideremos os seguintes pares: E_{ip} e E_{is} , E_{rp} e E_{rs} e E_{tr} e E_{ts} , que representam as amplitudes complexas dos componentes s e p da onda incidente, refletida e transmitida, respetivamente. Os coeficientes de Fresnel são então definidos como a razão entre a amplitude de uma componente da onda incidente e a amplitude da respetiva componente da onda após a reflexão/transmissão. Desta forma, estes coeficientes tomam as seguintes expressões, nas quais N_0 e N_1 são os índices de refração complexos dos meios 0 e 1:

$$r_p = \frac{E_{rp}}{E_{ip}} = \frac{N_1 \cos(\alpha_0) - N_0 \cos(\alpha_1)}{N_1 \cos(\alpha_0) + N_0 \cos(\alpha_1)} \quad (1.37)$$

$$r_s = \frac{E_{rs}}{E_{is}} = \frac{N_0 \cos(\alpha_0) - N_1 \cos(\alpha_1)}{N_0 \cos(\alpha_0) + N_1 \cos(\alpha_1)} \quad (1.38)$$

$$t_p = \frac{E_{tp}}{E_{ip}} = \frac{2N_0 \cos(\alpha_0)}{N_1 \cos(\alpha_0) + N_0 \cos(\alpha_1)} \quad (1.39)$$

$$t_s = \frac{E_{ts}}{E_{is}} = \frac{2N_0 \cos(\alpha_0)}{N_0 \cos(\alpha_0) + N_1 \cos(\alpha_1)} \quad (1.40)$$

Uma vez que estes geralmente são valores complexos, os efeitos da reflexão e refração na amplitude e na fase da onda podem ser estudados escrevendo cada um dos coeficientes na forma complexa exponencial, como nas equações 1.41 a 1.44.

$$r_p = |r_p| \exp(i\phi_p) \quad (1.41)$$

$$r_s = |r_s| \exp(i\phi_s) \quad (1.42)$$

$$t_p = |t_p| \exp(i\phi_p) \quad (1.43)$$

$$t_s = |t_s| \exp(i\phi_s) \quad (1.44)$$

Na situação em que temos um filme fino, imerso num meio 0 e depositado sobre um substrato, é necessário entrar em consideração com a reflexão e refração do feixe na interface entre o filme fino e o substrato, como ilustrado na figura 1.7.

B. Sistema ambiente-filme-substrato

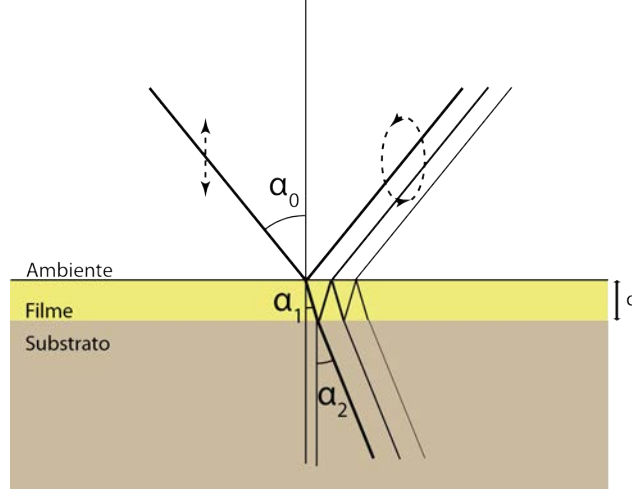


Figura 1.7: Representação do fenômeno de propagação de um feixe num filme fino depositado num substrato. É possível observar as sucessivas reflexões e transmissões na amostra.

Nesta situação, a onda proveniente do ambiente é refletida e refratada para o meio 1. Ao incidir na interface entre o filme e o substrato, é transmitida para o meio 2 e refletida de novo para o meio 1 onde irá incidir na interface entre o meio 1 e o meio 0. Aqui será transmitida para o meio 0, com um ângulo igual ao de incidência, e é refletida para o meio 1 onde irá ser transmitida para o meio 2 e assim por diante... Em cada uma das transmissões e reflexões entre os diferentes meios são válidos os coeficientes de Fresnel. Assim, a amplitude total refletida e transmitida, R e T , são dadas por séries geométricas infinitas.

$$\begin{aligned}
 R_{s,p} = & r_{01s,p} + t_{01s,p}t_{10s,p}r_{12s,p}\exp(-2i\beta) + t_{01s,p}t_{10s,p}r_{10s,p}r_{12s,p}^2\exp(-4i\beta) \\
 & + t_{01s,p}t_{10s,p}r_{10s,p}^2r_{12s,p}^3\exp(-6i\beta) + \dots \\
 R_{s,p} = & \frac{r_{01s,p} + r_{12s,p} \times \exp(-i2\beta)}{1 + r_{01s,p}r_{12s,p} \times \exp(-i2\beta)} \quad (1.45)
 \end{aligned}$$

$$\begin{aligned}
 T_{s,p} = & t_{01s,p}t_{10s,p}\exp(-i\beta) + t_{01s,p}t_{12s,p}r_{10s,p}r_{12s,p}\exp(-3i\beta) + t_{01s,p}t_{10s,p}r_{10s,p}^2r_{12s,p}^2\exp(-5i\beta) + \dots \\
 T_{s,p} = & \frac{t_{01s,p}t_{12s,p} \times \exp(-i\beta)}{1 + r_{01s,p}r_{12s,p} \times \exp(-i2\beta)} \quad (1.46)
 \end{aligned}$$

A variável β é denominada de fator de fase e representa a alteração na fase da onda ao atravessar o filme fino de uma interface para a outra, sendo calculado através da expressão 1.47[4].

$$\beta = 2\pi \left(\frac{d_1}{\lambda} \right) N_1 \cos(\alpha_1) = 2\pi \left(\frac{d}{\lambda} \right) (N_1^2 - N_0^2 \sin^2(\alpha_0))^{1/2} \quad (1.47)$$

Usando o mesmo raciocínio na obtenção das equações 1.41 - 1.44, podemos escrever a forma complexa para a amplitude total refletida e transmitida para cada uma das componentes.

$$R_{p,s} = |R_{p,s}| \exp(i\phi_{p,s}) \quad (1.48)$$

$$T_{p,s} = |T_{p,s}| \exp(i\phi_{p,s}) \quad (1.49)$$

C. Ângulo de Brewster

O ângulo de Brewster é definido como o ângulo de incidência para o qual o valor em que a refletância da componente p de polarização, $\Re = |r_p|^2$, é nula. Assim, quando uma onda polarizada segundo a direção p incide na interface entre dois meios com este ângulo, a componente refletida desaparece e a onda é totalmente refratada para o segundo meio. Este ângulo é calculado através das equações 1.33 e 1.37, resultando na equação 1.50.

$$\alpha_B = \arctan\left(\frac{n_1}{n_0}\right) \quad (1.50)$$

A figura 1.8a apresenta a dependência da refletância, para as duas componentes de polarização, com o valor do ângulo de incidência. Na figura 1.8b, é apresentada a dependência dos parâmetros elipsométricos com o ângulo de incidência para o mesmo material.

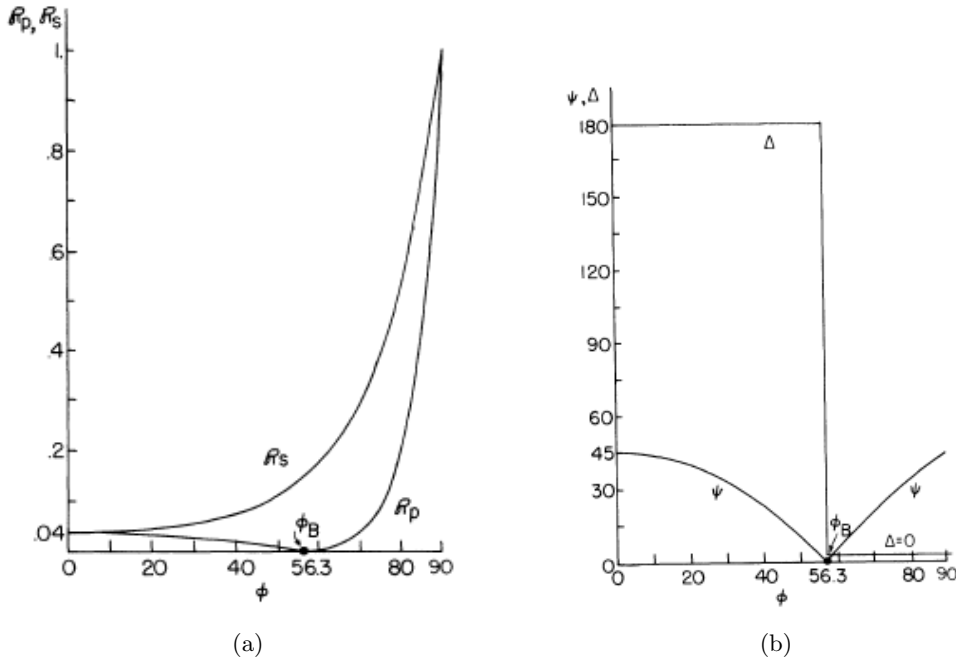


Figura 1.8: Gráficos ilustrativos da influência do ângulo de incidência na refletância (a) e na determinação dos parâmetros elipsométricos (b) numa interface ar-vidro com $\lambda = 546,1 \text{ nm}$ e $N_{\text{vidro}} = 1.50$ [4].

No caso de materiais com coeficiente de extinção não nulo, o valor da componente p não se anula quando a luz incide na amostra com $\alpha = \alpha_B$, mas atinge um valor mínimo. Neste caso, este ângulo é apelidado de pseudo-ângulo de Brewster [4].

A importância do ângulo de Brewster para as medidas em elipsometria está na maximização da diferença entre a refletância para as duas componentes, levando a uma maior sensibilidade na medição [9].

8. ELIPSOMETRIA - FUNDAMENTOS TEÓRICOS

A elipsometria, como referido na introdução, tem por base as alterações que ocorrem na polarização de um feixe após a transmissão ou reflexão deste num material. Na secção anterior, foi possível observar que a configuração do material em estudo era importante na descrição matemática da reflexão e transmissão do feixe por este. Desta forma, para os dados que são obtidos numa medição em elipsometria é necessário saber qual dos modelos a aplicar. Uma vez que o sistema que será implementado será por reflexão, as próximas considerações serão feitas apenas para este tipo de elipsometria. Na base da elipsometria, e aplicável a qualquer configuração, está a equação elipsométrica, que toma formas diferentes conforme o tipo de amostra. É de notar ainda que apesar das considerações até aqui apresentadas se basearem na teoria de ondas monocromáticas, estas considerações e equações são válidas para ondas quasi-monocromáticas [4].

A. Amostras espessas

No caso de amostras espessas, a descrição da reflexão é feita através dos coeficientes de Fresnel, como apresentado na secção 7 A. Nesta situação, a equação elipsométrica, ρ , é dada pela razão entre os coeficientes de Fresnel para a reflexão da componente p e s .

$$\rho = \frac{r_p}{r_s} = \frac{|r_p|}{|r_s|} \exp(i(\phi_p - \phi_s)) = \tan(\psi) \exp(i\Delta) \quad (1.51)$$

Para obter a equação 1.51, foram usadas as equações 1.41 e 1.42. Se agora usarmos as equações 1.37 e 1.38, obtemos uma formula dependente apenas dos parâmetros experimentais para a equação 1.51. Igualando ambas e resolvendo esta em ordem a N_1 , obtemos a equação 1.52 [4].

$$N_1 = N_0 \tan(\alpha_0) \left(1 - \frac{4\rho}{(1+\rho)^2} \sin^2(\alpha_0) \right)^{1/2} \quad (1.52)$$

Portanto, a partir das medições das amplitudes e diferenças de fase entre as componentes p e s da onda incidente e da onda refletida, é possível calcular o índice de refração complexo de amostras espessas.

B. Filmes finos

No caso da amostra ser um filme fino, temos que seguir as equações da secção 7 B. A equação elipsométrica é dada pela equação 1.53, cuja forma é similar à usada no caso das amostras espessas.

$$\rho = \frac{R_p}{R_s} = \frac{|R_p|}{|R_s|} \exp(i(\phi_p - \phi_s)) = \tan(\psi) \exp(i\Delta) \quad (1.53)$$

Usando a equação 1.45, particularizando para as duas componentes de forma a obter a equação elipsométrica dependente dos parâmetros experimentais, chegamos à equação 1.54 [4].

$$\rho = \frac{r_{01p} + r_{12p} \times \exp(-i2\beta)}{1 + r_{01p}r_{12p} \times \exp(-i2\beta)} \times \frac{1 + r_{01s}r_{12s} \times \exp(-i2\beta)}{r_{01s} + r_{12s} \times \exp(-i2\beta)} \quad (1.54)$$

Analísado cada um dos componentes da equação 1.54, podemos concluir que ρ é uma função das seguintes variáveis experimentais: $N_0, N_1, N_2, d, \alpha_0$ e λ . Desta forma, sabendo o índice de refração do meio e do substrato, o comprimento de onda da luz incidente na amostra e o ângulo de incidência é possível obter o índice de refração do filme fino ou a sua espessura. O cálculo de uma das grandezas é feito com o conhecimento da outra. Para obter o valor de uma destas grandezas resta-nos então inverter a equação 1.54 em ordem à variável de interesse. Como estamos apenas interessados em determinar a espessura de filmes finos, discutiremos apenas nos cálculos necessários para a determinação desta grandeza.

A equação 1.54 pode ser escrita na seguinte forma [4]:

$$\rho = \frac{A + BX + CX^2}{D + EX + FX^2} \quad (1.55)$$

onde $A = r_{01p}$, $B = r_{12p} + r_{01p}r_{01s}r_{12s}$, $C = r_{12p}r_{01s}r_{12s}$, $D = r_{01s}$, $E = r_{12s} + r_{01p}r_{12p}r_{01s}$, $F = r_{01p}r_{12s}r_{12p}$ e $X = \exp(-i2\beta)$. Como os parâmetros de interesse da amostra estão em β (ver eq. 1.47) torna-se necessário inverter a eq.1.55 em ordem a esta variável. Invertendo esta em ordem a X , obtém-se [4]:

$$X = \frac{-B + E\rho \pm \sqrt{(B - E\rho)^2 - 4(A - D\rho)(C - F\rho)}}{2(C - F\rho)} \quad (1.56)$$

É de notar que a eq. 1.56 irá resultar em dois valores distintos para X . A distinção entre o valor a usar é feita observando que o módulo de X , ou seja $|\exp(-i2\beta)|$, é sempre 1. Invertendo X , em ordem a β :

$$\beta = -\frac{\log(X)}{2i} + \pi m \quad (1.57)$$

onde m é um numero inteiro. A existência desta periodicidade, consequência da natureza da função exponencial complexa, advém do facto que a alteração da fase da onda é um processo repetitivo durante a propagação da onda no filme fino, isto é, se em $1 \mu\text{m}$ ocorre uma alteração de fase de π , em $2 \mu\text{m}$ o valor da fase será o mesmo. Isto permite concluir que a determinação da espessura da

amostra não é imediata e torna-se necessário conhecer a gama de valores esperados. Determinando os valores possíveis para d , atendendo à equação 1.47), obtemos a equação 1.58

$$d = \frac{i \log(X)}{4\pi \sqrt{N_1^2 - N_0^2 \sin^2(\alpha_0)}} \lambda + d_\phi \quad (1.58)$$

onde $d_\phi = \frac{m}{\sqrt{N_1^2 - N_0^2 \sin^2(\alpha_0)}} \lambda$, sendo apelidado de período da espessura do filme [4]. É de notar que o valor calculado para a espessura, sem a soma de d_ϕ , tem de ser positivo.

Conclui-se assim que a elipsometria, apesar de ser uma técnica muito sensível e exata, tem a desvantagem de necessitar do conhecimento prévio da gama de valores expectáveis e várias considerações matemáticas intermédias. Estes dois fatores criam dificuldades acrescidas na programação de software para a realização automática dos cálculos necessários.

É também possível, usando algoritmos matemáticos convergentes iterativos, com conhecimento aproximado das duas variáveis em questão, fazer a determinação destas duas grandezas simultaneamente. Esta capacidade matemática não foi explorada no âmbito desta dissertação.

C. Amostras estratificadas

É ainda possível ter modelos mais complexos, mais aproximados da realidade das amostras não ideais, mas que necessitam de cálculos mais extensos. Um exemplo destes modelos é uma estrutura estratificada, composta por materiais com diferentes índices de refração complexos, conforme a figura 1.9.

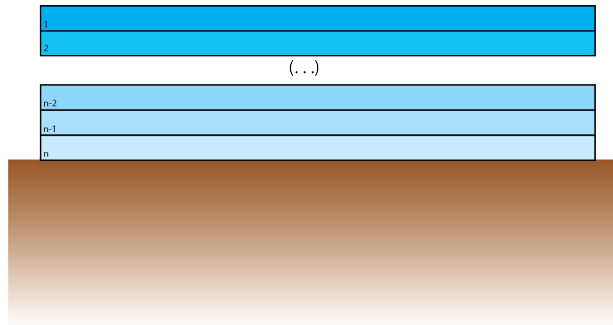


Figura 1.9: Ilustração de uma amostra composta por n camadas de materiais com diferentes índices de refração complexo.

Para realizar medidas elipsométricas em tal estrutura, torna-se necessário recorrer ao cálculo das matrizes de Müller para cada uma das camadas e efetuar o cálculo matricial da propagação do feixe pela amostra. Esta situação cria dificuldades no cálculo das grandezas de interesse, resultando em equações não lineares e transcendentais [4]. Uma vez que este tópico está fora do âmbito do trabalho desenvolvido nesta dissertação, o leitor deve consultar a secção 4.6 de [4] para mais informação.

Capítulo 2

Estado da arte

Desde a sua proposta por Drude, a elipsometria sofreu poucas alterações ao dispositivo proposto originalmente. Os avanços deram-se maioritariamente com o aperfeiçoamento das técnicas usadas e o desenvolvimento da eletrónica e da computação. Paralelamente a estes, deu-se o aparecimento de técnicas para mapeamento de espessura em toda a área iluminada e não um valor médio na zona onde a radiação incide. A este último conjunto de técnicas apelidamos de elipsometria de imagem (também conhecida por microelipsometria).

1. ELIPSOMETRIA BASE

Atualmente, existem três categorias para diferenciação dos elipsómetros: a elipsometria por extinção, a elipsometria fotométrica e a elipsometria espectrométrica. Veremos, em seguida, como estão estruturadas as diferentes configurações e as vantagens e desvantagens de cada uma.

A. Configurações

1. *Elipsometria por extinção*

A elipsometria por extinção foi a primeira técnica para obtenção dos parâmetros elipsométricos usada. Um esquema base de um dispositivo que a implemente encontra-se na figura 2.1. Esta configuração é geralmente apelidada de PCSA (Polarizador - Lâmina de atraso (Compensator) - Amostra (Sample) - Analisador) [6].



Figura 2.1: Esquema de um aparelho que permite realizar medidas de elipsometria nula. Legenda: L - laser, P - polarizador, C - lâmina de atraso, S - Amostra, A - Analisador, D - Detetor.

Nesta configuração, o objetivo consiste em encontrar orientações para os ângulos do polarizador (P), lâmina de atraso (C) e do analisador (A) de forma que minimize, ou anule, a amplitude do feixe que incide no detetor. Conseguindo estes três ângulos, é possível calcular a equação elipsométrica, ρ , através da equação 2.1, na qual $\rho_c = T_c \exp(i\delta)$, onde T_c é o fator de atenuação em amplitude do lâmina de atraso e δ é o atraso relativo deste componente [4]. Para facilitar os cálculos, o lâmina de atraso escolhido é geralmente uma lâmina de quarto de onda.

$$\rho = -\tan(A) \left(\frac{\tan(C) + \rho_c \tan(P-C)}{1 - \rho_c \tan(C) \tan(P-C)} \right) \quad (2.1)$$

Antes do aparecimento da microeletrónica, o ajuste dos componentes óticos que levavam à minimização da intensidade do feixe era feita manualmente e usando o olho como detetor. Com o aparecimento dos microcontroladores e dos fotodetetores foi então possível automatizar este processo, deixando a rotação dos componentes a um conjunto de motores e a decisão do momento em que o feixe é minimizado a cargo da unidade de processamento. Isto permitiu uma maior rapidez e exatidão na realização das medidas [5].

2. Elipsometria fotométrica

O maior avanço na elipsometria deu-se na década de 70, com a automação do processo de medida [5]. Neste tipo de elipsometria, a informação sobre os parâmetros óticos da amostra está contida na fase e na intensidade do sinal recebido pelo detetor. Neste está subjacente a modulação do feixe através de um elemento ótico rotativo, tal como um polarizador ou lâmina de quarto de onda, que permitirá a determinação de ρ através da determinação dos parâmetros de Stokes ou através da álgebra de Müller. Iremos abordar aqui três configurações de elipsómetros distintas. É de salientar que os aparelhos são bastante semelhantes entre si, ficando as diferenças concentradas na forma como é determinado ρ .

Analizador rotativo

A figura 2.2 apresenta o esquema funcional de um elipsómetro com analisador rotativo. A utilização deste componente ótico irá modular o feixe de luz refletido pela amostra, como visto na secção 6 e tendo em conta o produto das matrizes de Stokes dos diferentes componentes, é possível observar que a intensidade no fotodetetor é dada por [6]:

$$I(A) = I_0 \left[1 + \left(\frac{\tan^2(\psi) - \tan^2(P)}{\tan^2(\psi) + \tan^2(P)} \right) \cos(2A) + \left(\frac{2 \tan(P) \cos(\Delta) \tan(\psi)}{\tan^2(\psi) + \tan^2(P)} \right) \sin(2A) \right]$$

ou ainda

$$I(A) = I_0 [1 + \alpha \cos(2A) + \beta \sin(2A)] \quad (2.2)$$

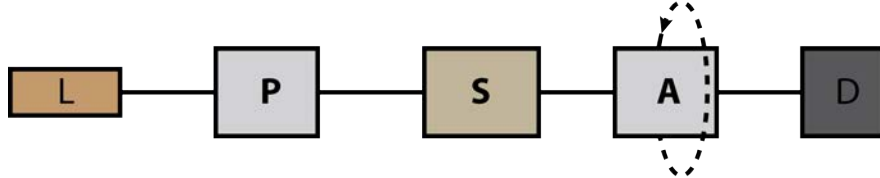


Figura 2.2: Esquema de um dispositivo que implementa um sistema de elipsometria por analisador rotativo. Legenda: L - laser, P - polarizador, S - Amostra, A - Analisador, D - Detetor.

Os coeficientes α e β podem ser obtidos através da análise de Fourier do sinal medido no detetor, e assim, os parâmetros Δ e ψ podem ser obtidos através das expressões seguintes [6]:

$$\tan(\psi) = |\tan(P)| \sqrt{\frac{1+\alpha}{1-\alpha}} \quad (2.3)$$

$$\cos(\Delta) = \frac{\beta}{\sqrt{1-\alpha^2}} \quad (2.4)$$

A análise do sinal pode ser feita com recurso a um computador, os parâmetros elipsométricos são calculados diretamente e a determinação dos parâmetros da amostra pode ser feita de uma forma automática.

É ainda possível obter o valor de ρ tendo em conta apenas os valores dos parâmetros de Stokes. Observando que a equação 2.2 é a mesma que a equação 1.27, com $\alpha = s_1$ e $\beta = s_2$. Com a informação sobre os parâmetros de Stokes incidentes, medidos previamente, podemos, através das expressões 2.5 e 2.6, determinar o valor de Δ e de ψ [6].

$$\tan(\psi) = \left| \sqrt{\frac{(1+s_{1r})(1-s_{1i})}{(1-s_{1r})(1+s_{1i})}} \right| \quad (2.5)$$

$$\cos(\Delta) = \frac{s_{2r}}{\left| \sqrt{(1-s_{1r}^2)(1-s_{1i}^2)} \right|} \left[s_{2i} \pm s_{3i} \left| \sqrt{\frac{1-s_{1r}^2-s_{2r}^2}{s_{2r}^2}} \right| \right] \quad (2.6)$$

O sinal provém do tratamento matemático dos parâmetros de Stokes e deve ser determinado tendo por base as características da amostra. No entanto, se o feixe incidente apresentar polarização linear, este termo desaparece simplificando bastante os cálculos. É de notar que devido à paridade da função cosseno nas equações 2.6 e 2.4, é impossível determinar o sinal de Δ usando esta técnica.

Usando uma lâmina de quarto de onda em rotação

Um outro esquema usado em elipsometria consiste na utilização de uma lâmina de quarto de onda rotativa, colocada entre a amostra e o analisador, a fim de modular o feixe refletido por esta e determinar os parâmetros de Stokes, tal como explicado na secção 6 do capítulo 1. Com o conhecimento dos parâmetros de Stokes incidentes e após a reflexão na amostra (desta vez com o sinal de s_3 conhecido) é possível calcular o valor de Δ e de ψ através de considerações geométricas, que serão explicadas de seguida.

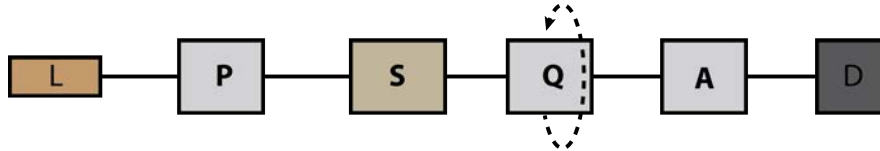


Figura 2.3: Esquema funcional de um elipsómetro que funcione através do uso de uma lâmina de quarto de onda em rotação. Legenda: L - laser, P - polarizador, S - Amostra, Q - lâmina de quarto de onda, A-analisador, D-fotodetetor.

Relembrando o sistema de equações 1.14, podemos obter θ e ε através dos parâmetros de Stokes. Com estas, através da equação é possível determinar duas variáveis intermédias a e ϕ , respetivamente a *power split ratio* e a diferença de fase entre a componente p e s [10].

$$a = \frac{1}{2} (1 + \cos(2\theta) \cos(2\varepsilon)) \quad (2.7)$$

$$\phi = \arctan(\tan(\theta) \tan(\varepsilon)) + \arctan\left(\frac{\tan(\theta)}{\tan(\varepsilon)}\right) + \begin{cases} 180^\circ & \theta < 0 \wedge \varepsilon > 0 \\ -180^\circ & \theta < 0 \wedge \varepsilon < 0 \\ 0 & \theta > 0 \end{cases} \quad (2.8)$$

O valor destas duas quantidades é calculado tanto para o feixe incidente (a e ϕ) e para o feixe refletido (a' e ϕ'). O valor de Δ pode ser calculado com:

$$\Delta = \phi - \phi' \quad (2.9)$$

Para calcular o valor de ψ é necessário mais alguns cálculos intermédios. O cálculo do valor do campo eletromagnético para as componentes p e s é feito através de [10]:

$$I_s = \sqrt{1 - a} \quad (2.10)$$

$$I_p = \sqrt{a} \quad (2.11)$$

Assim, é possível calcular os coeficientes de Fresnel (equações 1.37 e 1.38), obtendo assim a seguinte igualdade:

$$\tan(\psi) = \frac{\sqrt{1-a}\sqrt{a'}}{\sqrt{1-a'}\sqrt{a}} \quad (2.12)$$

Para sintetizar, o valor de ρ é então calculado de acordo com a equação 2.13.

$$\rho = \frac{\sqrt{1-a}\sqrt{a'}}{\sqrt{1-a'}\sqrt{a}} \times \exp(-i(\phi - \phi')) \quad (2.13)$$

Detetor de Stokes

A utilização do detetor de Stokes permite o cálculo imediato dos parâmetros de Stokes e seguindo o mesmo raciocínio matemático descrito anteriormente, é possível, de uma forma praticamente imediata a determinação de ψ e Δ .

A modulação do feixe com o cristal foto-acústico é conseguida através da vibração deste por intermédio de um potencial AC sinusoidal aplicado ao cristal que o deforma numa direção. Esta ação externa fará com que o índice de refração do cristal seja modulado temporalmente, criando assim uma modulação da forma da do sinal detetado. Uma análise de Fourier realizada ao sinal detetado permitirá obter a intensidade das duas primeiras harmónicas, i.e. o valor de s_1 e s_2 bem como o valor de I_0 [5].

B. Elipsometria espectral

Com a utilização de monocromadores, é possível decompor a luz branca nas suas componentes espectrais e produzir um feixe quase-monocromático, com uma largura a meia altura muito estreita. Assim, a utilização deste aparelho permite a realização das medidas dos parâmetros elipsométricos para uma gama de comprimentos de onda, nomeadamente em todo o espectro visível. As configurações descritas anteriormente são válidas para este tipo de análise com a seguinte ressalva: no caso da utilização de um lâmina de atraso é necessário verificar se a sua gama espectral engloba todos os comprimentos de onda usados na medição pretendida. Alternativamente, é possível incidir a luz branca polarizada na amostra e fazê-la incidir num fotodetector linear (fotodíodo ou CCD) e analisar de uma só vez todo o espectro pretendido. Para cada uma das abordagens aqui descritas, os processos de determinação de ρ apresentados na secção anterior são válidos.

C. Outras configurações

É de notar que as configurações expostas anteriormente representam um pequeno espectro de todas as configurações existentes para os elipsómetros. É possível obter os parâmetros elipsométricos colocando, por exemplo, o polarizador em rotação ou uma lâmina de atraso entre o polarizador e a amostra, tendo uma configuração PCSA. No entanto, como grande parte destas representava pequenas alterações às que aqui foram apresentadas, decidiu-se apresentar apenas as configurações mais comuns. O leitor interessado nas outras variantes encontra esta informação em [4, 6] com o devido tratamento matemático para obtenção dos dados.

D. Comparação entre as diferentes variantes.

Comparemos então a elipsometria por extinção e a elipsometria fotométrica, no seu conceito geral. Em termos de velocidades de funcionamento, a elipsometria fotométrica é mais vantajosa porque não são necessárias operações mecânicas para minimizar a intensidade do feixe detetado no fotodetector. A vantagem da elipsometria por extinção está na sua simplicidade de implementação,

sem a necessidade de existirem partes em movimento constante nem de necessitar de detetores mais sofisticados e por apresentar um tratamento matemático mais simples, sem necessidade de realizar análise de Fourier ao sinal medido no fotodetector.

Dentro das variantes da elipsometria fotométrica, a utilização de um cristal fotónico permite medidas cerca de três ordens de grandeza superior às técnicas por modulação com analisador rotativo [5]. A utilização de um detetor dos parâmetros de Stokes permite a determinação destes no intervalo de tempo reduzido. A utilização deste detetor traz também a vantagem de não existirem peças móveis no sistema, no entanto é contrabalançado por ser um aparelho mais sofisticado e por ter um custo mais elevado, contrariamente ao uso de um fotodetector comum nos outros casos.

2. ELIPSOMETRIA DE IMAGEM

A elipsometria de imagem tem como objetivo a medição dos parâmetros elipsométricos com elevada resolução espacial (inferior a $100\text{ }\mu\text{m}$). Esta técnica permite a obtenção de imagens das variações espaciais na interface ou dos parâmetros óticos do filme e o estudo detalhado das propriedades num sítio específico [11]. Este objetivo é concretizado recorrendo às técnicas apresentadas na secção anterior, recorrendo a algumas alterações mecânicas no elipsómetro usado ou através de várias medidas ao longo da região de interesse. Nesta secção iremos então apresentar algumas configurações que permitem obter a topografia da amostra e apresentaremos vantagens e desvantagens de cada uma.

A. *Microspot*

A elipsometria de imagem em *microspot* assenta na redução do diâmetro do feixe, até uma dimensão do ordem da resolução espacial pretendida, sempre tendo em conta do limite de difração. Tipicamente estes valores assentam na ordem das dezenas e centenas de micrómetros [11]. A redução do tamanho do feixe é feito com recurso a ótica de foco e colimação, colocada entre a fonte de luz e os restantes componentes do elipsómetro. Consequentemente, as propriedades de interesse da região de incidência do feixe na amostra são analisadas e a amostra é deslocada, a fim de analisar as áreas adjacentes. A determinação dos parâmetros elipsométricos para cada ponto é feito com recurso às técnicas de elipsometria base apresentadas na secção 1.

B. Elipsometria de imagem de campo (*Field Imaging Ellipsometry*)

A elipsometria de imagem de campo, contrariamente à técnica anterior, analisa a área iluminada de uma só vez. Para tal, o fotodetector, presente em todas as configurações descritas na secção anterior, é substituído por um CCD e a determinação dos parâmetros elipsométricos é feito para cada pixel do detetor. Existem duas configurações, embora semelhantes, que apresentam lógicas

distintas para implementação da FIE: Elipsometria de Imagem em Campo Total (FFIE, do Inglês *Full Field Imaging Ellipsometry*) e Elipsometria de Imagem de Campo Parcial (PFIE, do Inglês *Partial Field Imaging Ellipsometry*) [11].

1. *Elipsometria de imagem em campo total*

Esta técnica está assente na utilização de um elipsómetro fotométrico, com a substituição do fotodetector por um CCD. Da mesma forma que na elipsometria fotométrica, o cálculo do valor dos parâmetros elipsométricos é feito através da medição da intensidade, mas neste caso é realizado para cada um dos píxeis do CCD, conseguindo-se assim um mapeamento da topografia da amostra em toda a zona iluminada [11]. Uma das propostas iniciais desta técnica, apelidada de Dynamic Imaging Microellipsometry, apresentada por Cohn et al. [12] utiliza um polarizador, lâmina de meia onda rotativa, lâmina de quarto de onda, polarizador, CCD e um conjunto de eletrónica para processamento de imagem.

2. *Elipsometria de imagem em campo parcial*

Na elipsometria de imagem em campo parcial, são criadas imagens cujo contraste em radiância é uma função direta de ψ e Δ . Este sistema é implementado segundo a elipsometria por extinção, adquirindo imagens que são capturadas com uma câmara fotográfica ou em vídeo para serem posteriormente analisadas [11]. Em [13], é apresentado um elipsómetro por extinção que implementa esta técnica com recurso a um polarizador em rotação continua. A utilização deste componente irá fazer com que sejam atingidas todas as condições em se obtém o mínimo de intensidade para toda a amostra, sendo assim possível determinar a topografia da amostra, recorrendo às imagem de irradiância registadas.

C. **Comparação entre as diferentes variantes**

Podemos começar por comparar a elipsometria *microspot* com a FIE em termos de resolução espacial. Neste aspeto, a elipsometria de imagem em microspot apresenta vantagens pois consegue atingir resoluções superiores que na FIE, que está limitada à resolução dos CCDs. Em termos temporais, a FIE é mais rápida uma vez que os dados são adquiridos rapidamente, ficando apenas dependentes do tempo de processamento.

Comparando a elipsometria de imagem de campo total e parcial torna-se evidente que em termos de resolução espacial as duas técnicas são equivalentes, uma vez que este parâmetro está dependente apenas da resolução do CCD. Em termos temporais, a FFIE apresenta vantagens, uma vez que os dados são adquiridos de uma só vez, restando processá-los para obter a topografia da amostra, enquanto que na PFIE torna-se necessário obter dados para diferentes posições dos elementos óticos

(polarizador, analisador ou lâmina de atraso) que minimizem a intensidade dos diferentes pixels do CCD, tornando-se assim um processo mais demorado que a FFIE.

3. APARELHOS ATUAIS

Nesta secção será apresentado alguns dos elipsómetros comerciais existentes no mercado atualmente. O seu funcionamento será brevemente explicado e serão apresentadas as suas características básicas. Os aparelhos selecionados foram o elipsómetro espectroscópico UVISEL da Horiba Scientific e o elipsómetro de imagem Nanofilm_EP4 da Accurion.

A. Horiba Jobin Yvon - Uvisel Spectroscopic Elipsometer

Este aparelho da Horiba Jobin Yvon é um elipsómetro espectrométrico que opera na gama dos 190 nm aos 2100 nm. A determinação do comprimento de onda do feixe emitido é feito por intermédio de um monocromador. Este elipsómetro tem capacidade de determinação de Δ e ψ com uma incerteza de $0,02^\circ$, bem como uma repetibilidade de 0.1% na determinação da espessura de uma amostra calibrada de SiO_2 em Si e de 0.0001 no índice de refração a 632,8 nm [14]. Na sua estrutura tem integrado um goniómetro automático, com ajuste do ângulo de incidência entre os 35 e os 90° , com uma incerteza de $0,01^\circ$.

A estrutura deste aparelho é na vertical e a base da amostra tem capacidade de ajuste nesta direção. É possível mover esta base em 20 mm e também ajustar a sua inclinação, através de três parafusos micrométricos, de forma a garantir o correto alinhamento do sistema.

B. Accurion - Nanofilm_EP4 Imaging Elipsometer

O elipsómetro de imagem Nanofilm EP4 da Accurion é um dos mais completos e versáteis elipsómetros disponíveis no mercado atualmente. Construído numa arquitetura PCSA, funcionando em elipsometria de campo parcial ou em *microspot*, é capaz de determinar Δ e ψ com uma resolução inferior a $0,001^\circ$, de acordo com a informação fornecida pelo fabricante. Inclui um conjunto de sensores e motores que permitem ajustar automaticamente a posição da amostra, bem como algoritmos que permitem efetuar este alinhamento. O ajuste do ângulo de incidência é feito através de um goniómetro motorizado patenteado, controlado por software. Outras das suas características incluem [15]:

- Ângulo de incidência variável entre 38° e 90° .
- Resolução angular: $0,001^\circ$.
- Incerteza angular absoluta: $0,01^\circ$.

- 12 cm de ajuste na vertical, com resolução de 0,5 μm .
- Sensor de alinhamento de amostra com precisão de 0,001° na inclinação e resolução de 1 μm na vertical.

Um dos aspetos mais apelativos deste elipsómetro é o facto de a sua construção permitir a fácil alteração dos seus componentes, bem como o elevado número de opções fornecidas pela Accurion. Em [15], é possível observar uma lista de diversos componentes que podem ser integrados e intercambiados neste aparelho, como monocromadores de espectro alargado para medidas espectralométricas, diversos lasers, vários tipos de bases para a amostra com diferentes graus de liberdade e diversas câmaras para vários tipos de aquisições e comprimentos de onda.

De acordo com o fabricante, as medidas de espessura para uma amostra de óxido de silício depositada em silício com 10 nm e 20 nm são obtidas com um erro experimental de 9% e 3%, respetivamente. A repetibilidade da amostra, ou seja, a execução de medidas sem alteração as condições experimentais apresenta um desvio-padrão de 0,004 nm. Este valor foi determinado para 20 repetições. A reprodutibilidade do aparelho apresenta um desvio-padrão na ordem dos 0,02 nm para 6 repetições.

Para a medida do índice de refração, é indicado um erro relativo de 0.5%, para uma amostra do mesmo material com 100 nm. A repetibilidade e reprodutibilidade, para o mesmo número de repetições que anteriormente, apresentam desvios-padrões de 0.0001 e 0.0002, respetivamente, de acordo com a informação recebida pela Accurion.

Capítulo 3

O aparelho desenvolvido

O âmbito desta dissertação e do trabalho desenvolvido nos últimos meses tem por objetivo o desenvolvimento de um elipsómetro funcional, de baixo custo e com performance equiparável à dos elipsómetros comerciais atuais. Um dos objetivos pretendidos com este trabalho é que este aparelho seja construído com elementos óticos facilmente encontrados num laboratório de ótica comum, assente num suporte de fácil construção e fazendo uso do polarímetro PAX5710VIS da Thorlabs. Este elipsómetro terá por base uma configuração fotométrica.

Neste capítulo serão apresentados os detalhes técnicos do polarímetro, bem como serão feitas algumas considerações sobre o desenho do elipsómetro, ao seu alinhamento bem como será realizada uma análise ao resultado final após a sua montagem.

1. DESENHO E CONSTRUÇÃO DO ELIPSÓMETRO

O desenho do elipsómetro a implementar passou por várias fases, nas quais foram ponderados aspetos como o material disponível no LOLS, o tipo de peças que seria necessário construir, o rigor com que estas necessitariam de ser construídas e ultimamente como é que seriam construídas.

Em primeiro lugar, foi considerado a hipótese de construir o aparelho na vertical, isto é, com o plano de incidência perpendicular ao plano da mesa ótica, ficando a amostra assente na horizontal, sobre um suporte com ajuste na altura e na inclinação, semelhante ao elipsómetro Uvisel, descrito no estado da arte. Este tipo de configuração tem a vantagem de ser possível deixar a amostra sobre o suporte sem qualquer tipo de estrutura de apoio. No entanto, a sua construção implica um gasto considerável de material e uma incerteza na construção que não está dentro dos níveis dos equipamentos disponíveis na faculdade e, na eventualidade de os mandar construir fora da faculdade, estariam fora do orçamento disponível para este projeto.

Optou-se então pela construção do elipsómetro com o plano de incidência na horizontal, assente numa mesa ótica métrica, com o laser e óticas de condicionamento do feixe acopladas a um braço em metal que seria fixo na base de rotação de um motor. No LOLS já existia um motor de passo e um braço metálico com uma abertura na extremidade e com uma base preparada para se encaixar na plataforma giratória do motor. A este componente seria necessário fazer pequenas modificações para poder acolher as óticas de condicionamento do feixe que sai do laser. O desenho técnico deste componente e as respetivas alterações encontram-se no anexo II d).

A escolha de colocar o laser no braço metálico reside apenas na facilidade em que a saída da fibra ótica é acoplada a um suporte que seria fixo na abertura existente neste. Considerando esta configuração e o encapsulamento do polarímetro, seria mais fácil fixá-lo na mesa ótica, implicando isto que o ângulo de incidência fosse definido pela posição do laser e pela posição da amostra.

Desta forma, seria necessário arranjar uma plataforma giratória, com rotação independente do motor, centrada com este, e um suporte para colocar a amostra na perpendicular com o plano de incidência. Esta base tem de ter a capacidade de fixar amostras com diferentes tamanhos e formas e de a colocar com a face exatamente alinhada com o eixo de rotação da plataforma giratória. Além disto, esta base tem de ter a capacidade de alterar a sua inclinação de forma a se adaptar à forma da superfície da amostra, caso esta não seja perfeitamente plana, tal como nos aparelhos descritos no estado da arte.

Em termos de incerteza, a única consideração necessária está na definição do ângulo de incidência. De acordo com Eugene *et al.* em [5], um erro na definição deste valor na ordem dos $0,05^\circ$ levaria a um erro no valor de espessura medido na ordem dos 11% para um filme fino com espessura de 10 nm e 2% para uma espessura de 100 nm. Já um desvio de $0,01^\circ$, daria origem a um erro de aproximadamente 4% para um filme com 10 nm de espessura.

2. COMPONENTES USADOS

Atendendo ao exposto anteriormente, será agora apresentado a lista dos componentes usados para a implementação do elipsómetro.

- Polarímetro Thorlabs PAX5710
- Laser Diodo LPS-660-FC
- Motor de passo e unidade de controlo Parker PDX Series
- Plataforma de rotação Thorlabs PR01/M
- Braço metálico para suporte das óticas de condicionamento do feixe.
- Fonte de alimentação TTi EX 355
- *Fiberport* PAF-X-15-C
- Suporte Thorlabs KM100B/M (com algumas modificações)
- Varetas metálicas Thorlabs ER6
- Suporte circular CP02/M
- Polarizador linear
- Três diafragmas
- Diversos suportes

Do material usado, apresentado anteriormente, é necessário descrever algumas das características de alguns destes instrumentos, atendendo à sua relevância para o projeto. Começando pelo polarímetro. O PAX5710 é um polarímetro que funciona por rotação de uma lâmina de quarto de onda, tendo o processo de determinação dos parâmetros de Stokes já descrito na secção 6 do capítulo 1. A aquisição de dados é realizada através do LabView, por intermédio de uma unidade de controlo do polarímetro, usando a biblioteca de VIs disponibilizada on-line pela Thorlabs. A comunicação efetua-se por intermédio de uma porta USB. A lista seguinte apresenta um resumo das especificações técnicas, de interesse no âmbito do trabalho realizado, para o polarímetro usado [16]:

1. Gama de potência para deteção: -60dBm a +10dBm
2. Gama espectral: 400 nm - 700 nm
3. Taxa máxima de amostragem: 333 amostras/s
4. Incerteza nos parâmetros de Stokes: 0,005°
5. Incerteza em θ : 0,2°
6. Incerteza em ε : 0,2°
7. Tempo necessário de funcionamento para correto funcionamento do polarímetro: 15 min

Em relação à fonte de luz escolhida, optámos por um laser díodo da Thorlabs, com comprimento de onda de 658,2 nm, com distribuição espectral de acordo com a figura 3.1. É de notar que este perfil apresenta uma largura a meia altura com menos de 1 nm, sendo considerado quasi-monocromático, estando em condições de aplicação da teoria apresentada anteriormente. Este foi escolhido também tendo em conta o comprimento de onda, a potência máxima para deteção no polarímetro e as tensões de alimentação. A folha de especificações completa pode ser encontrada no Anexo 1.

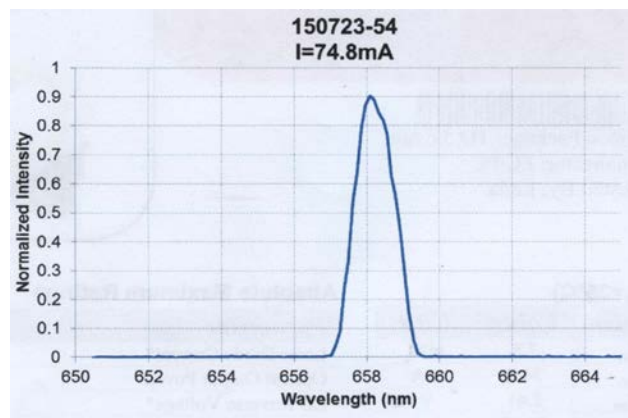


Figura 3.1: Distribuição espectral do feixe produzido pelo laser LPS-660-FC

O motor de passo da Parker apresenta uma elevada resolução angular. Cada passo deste motor, equivale a $0,005^\circ$. Este valor é muito inferior à incerteza da plataforma PR01/M, logo a incerteza angular do polarímetro será maioritariamente regida pela incerteza deste ultimo componente. Este aparelho é controlado através de uma porta RS232, operado através do Labview, com instrumentos virtuais programados a partir dos comandos apresentados no manual do aparelho [17].

3. ESQUEMA DO APARELHO

A figura 3.2 representa esquematicamente os componentes óticos do elipsómetro. O aparelho a montar irá funcionar na ótica de um elipsómetro fotométrico, com lâmina de quarto de onda rotativa. O PAX5710 determina o estado de polarização segundo a técnica de lâmina de quarto de onda rotativa, como descrito na secção 1 deste capítulo. A utilização do diafragma após o *fiberport* tem como objetivo a redução do feixe para uma incidência bastante precisa na amostra, bem como a remoção de alguma da luz dispersa criada após a passagem do feixe por este componente. A utilização dos dois diafragmas seguidos, entre a amostra e o polarímetro tem como objetivo a redução da área detetada pelo polarímetro apenas à zona de incidência do feixe luminoso na amostra e também remover a luz dispersa pela amostra.

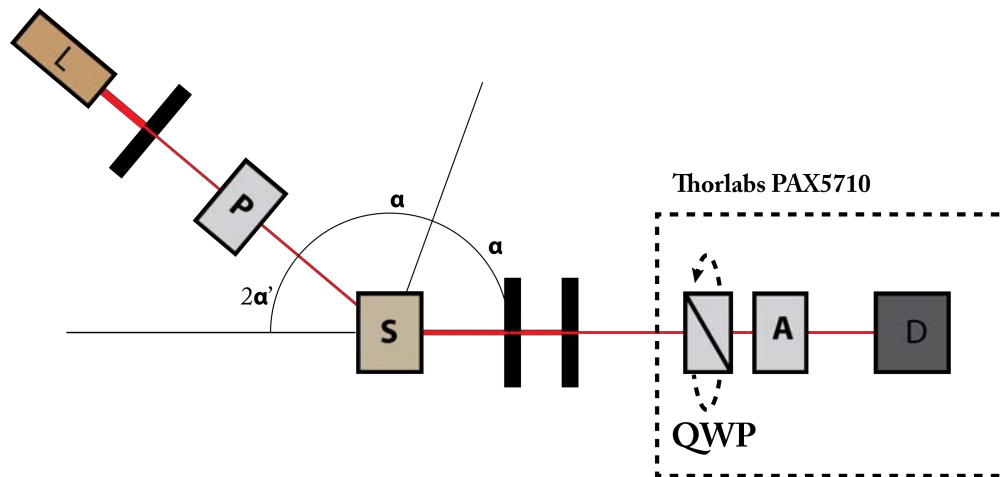


Figura 3.2: Esquema do elipsómetro a construir.

4. O DESENHO DO APARELHO

Após algumas tentativas e rascunhos, foi possível criar um modelo tridimensional do aparelho, usando o *software* SolidWorks 2016, conforme apresentado na figura 3.3. Optou-se por colocar o motor elevado para permitir que a plataforma de rotação PR01/M fosse independente do movimento do motor. Assim, colocar-se-ia a plataforma assente à mesa, centrada com a abertura circular existente no motor. Os desenhos técnicos dos componentes a construir encontram-se no anexo II.

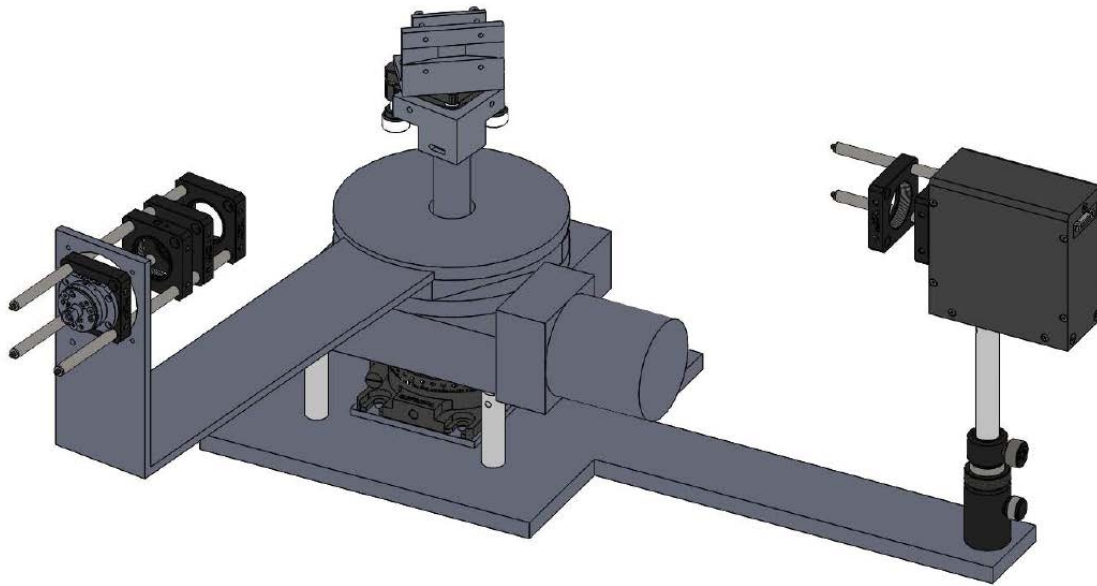


Figura 3.3: Modelo tridimensional, criado em Solidworks, do elipsómetro a construir.

Apesar de grande parte dos componentes a utilizar já existirem ou poderem ser comprados, foi necessário construir algumas peças que devido à sua especificidade não podem ser adquiridas externamente. Foi também utilizado uma peça da Thorlabs - KM100B/M - com remoção da base de forma a encaixar com uma das peças a construir. Em seguida serão apresentadas estas peças e explicada a sua utilização no elipsómetro.

Eixo central

Este componente tem como propósito transmitir a rotação da plataforma PR01/M para a base da amostra. O veio é feito em aço e a base foi construída em alumínio e está preparada para, através de 4 parafusos M6, ser afixada na base do PR01/M. Este eixo deve estar o mais rigorosamente possível a 90° com o plano da mesa ótica e centrado com o motor e a plataforma de rotação.

Suporte para amostra

A configuração determinada para o elipsómetro a construir implica que a amostra tenha que ser afixada a um suporte que permita um ajuste da inclinação do plano da amostra. Assim, para conseguir fazê-lo foi decidido que este suporte teria a forma de um L, em alumínio, e que na face vertical seria colocada uma abertura circular, na qual a amostra seria exposta à fonte luminosa, e seria bloqueada com uma chapa de alumínio e 4 parafusos. Esta face deve ficar coincidente com o eixo de rotação da plataforma PR01/M. Uma vez que pretendemos ter um grande ângulo de incidência, torna-se necessário criar uma rampa ao lado da abertura, para que a luz possa incidir na

amostra sem ser bloqueada pelo próprio suporte. A necessidade de um grande ângulo de incidência reside no facto que os ângulo de Brewsters dos materiais analisados tomam valores superiores a 50° , logo para a luz atingir a amostra não pode ser interrompida pelo material que compõe o suporte para a amostra. O resultado final é apresentado na figura 3.4.

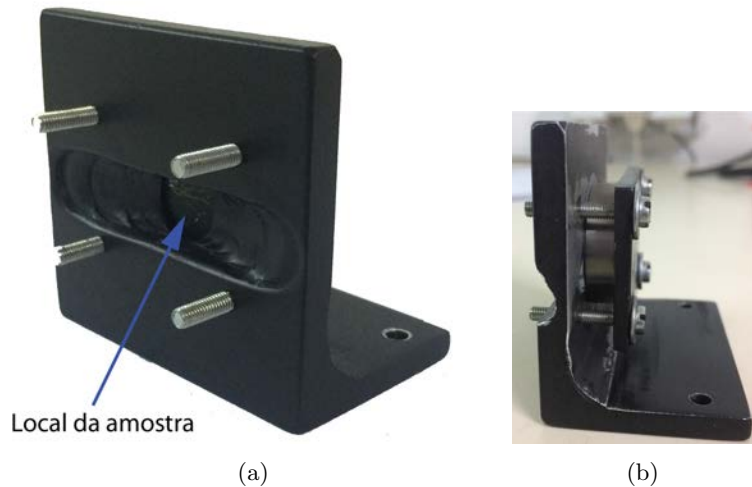


Figura 3.4: Fotografias do suporte para a amostra. a) Vista frontal com indicação do local da amostra; b) Vista lateral mostrando como a amostra fica colocada no suporte.

O ajuste da inclinação é garantido adaptando uma peça da Thorlabs, o KM100B/M, cuja imagem é apresentada na figura 3.5a. A esta foi retirada a base original, que daria lugar à base da peça construída, como observado na figura 3.5b. O KM100B/M tem 2 parafusos micrométricos para ajuste da inclinação no plano da peça, permitindo assim o ajuste pretendido à face da amostra. Os desenhos técnicos do KM100B modificado, da base e da peça para bloqueio da amostra encontram-se na parte f), g) e h) do anexo II. Toda a peça foi construída em alumínio.



Figura 3.5: Fotografia do KM100B/M original (a) e modificado (b).

Suporte para o KM100B/M

Com esta peça pretende-se suportar o conjunto da base da amostra e o KM100B/M, através dos furos existentes na lateral deste último. Desta forma, este suporte deve ter uma forma complementar à deste componente e com espessura suficiente para suportá-lo mas que não ultrapasse a do primeiro, de forma a não tocar na base do suporte da amostra. Deve também permitir o acoplamento deste conjunto ao eixo central, deixando o eixo central da abertura do suporte da amostra coincidente com o eixo de rotação do sistema. Uma vez que o desenho da peça para corresponder a tais requisitos era complexo para construir de uma só vez, foi desenhada em duas partes que seriam unidas posteriormente. Este componente foi construído em alumínio. Os desenhos técnicos de tais peças encontram-se na parte e) do anexo II. O resultado final da peça construída é apresentado na figura 3.6.



Figura 3.6: Suporte para o KM100B/M

O resultado do acoplamento entre o KM100B/M, o seu suporte e a base da amostra é apresentado na figura 3.7.



Figura 3.7: Resultado final do conjunto que será acoplado no eixo central para alinhamento da amostra.

5. MONTAGEM E ALINHAMENTO DO APARELHO

1. Montagem do elipsómetro

O processo de montagem do elipsómetro é bastante linear e é resumido de seguida:

1. Colocação do adaptador na mesa ótica.
2. Fixar o PR01/ com o centro do adaptador. Colocar os outros quatro parafusos.
3. Fixar o eixo central no PR01/M.
4. Colocar os postes laterais para suportar o peso do motor.
5. Assentar o motor nos suportes, com o eixo central a passar pelo seu centro, tendo cuidado de não embater violentamente neste.
6. Fixar o suporte intermédio e braço metálico na plataforma do motor.
7. Acoplar os componente óticos necessários nas varetas que estão fixas ao braço. Colocar a fibra ótica no colimador PAF-X-15-C.
8. Fixar a base da amostra no KB100/M modificado. Fixar este conjunto no suporte para o KB100M.
9. Acoplar o conjunto anterior no eixo central.
10. Colocar o polarímetro na mesa ótica, com recurso a postes verticais e peças de ajuste à posição do polarímetro na mesa e de ajuste na vertical.

Um resumo mais alargado do procedimento de montagem do elipsómetro, ilustrado com fotografias, encontra-se no anexo III. Neste é possível também observar fotografias do aparelho montado.

2. Alinhamento

Após a montagem do aparelho é necessário alinhar o fotodetector com o diafragma de saída do feixe incidente. O procedimento seguido para tal operação foi o seguinte, com apoio do software desenvolvido em Labview:

1. Iniciar aquisição de dados do polarímetro, registando o valor da intensidade detetado sob a forma de um gráfico.
2. Libertar a pressão da peça que fixa o suporte do polarímetro na mesa.

3. Alterar a posição do polarímetro na mesa, garantindo que a face deste fica o mais perpendicular possível com a orientação do feixe.
4. Repetir o passo 4, até se observar o valor máximo possível no gráfico.
5. Fixar a posição do polarímetro na mesa.

Seguindo os passos anteriores é possível garantir que o polarímetro e a fonte de luz estão o mais alinhados possível, dentro das limitações do sistema, cujas considerações serão deixadas para a secção seguinte.

6. SOFTWARE DESENVOLVIDO

Paralelamente ao desenvolvimento e criação da parte mecânica elipsómetro, foi produzido um software de apoio para a realização das medidas elipsométricas bem como ferramentas de apoio para o correto alinhamento e funcionamento do aparelho. Este programa foi desenvolvido em LabView e a sua interface é apresentada na figura 3.8. As funções implementadas são as seguintes:

- Inicialização e definição dos parâmetros do polarímetro (comprimento de onda e velocidade de rotação).
- Alinhamento entre a fonte de iluminação e o polarímetro.
- Definição do ângulo de incidência, com indicação do ângulo para o qual deve ser rodada a plataforma PR01/M.
- Registo dos parâmetros de Stokes do feixe incidente.
- Menu para do tipo de medida, índice de refração de amostra espessa ou espessura de filme fino.
 - Após definir o tipo de amostra, devem ser definidos os parâmetros da amostra. Após clicar em “Medir”, a interface apresenta os valores para a espessura, d_ϕ e a potência ótica do feixe refletido.
 - Os dados são também guardados num ficheiro definido pelo utilizador.
- Botão para interrupção do programa a qualquer momento - STOP.

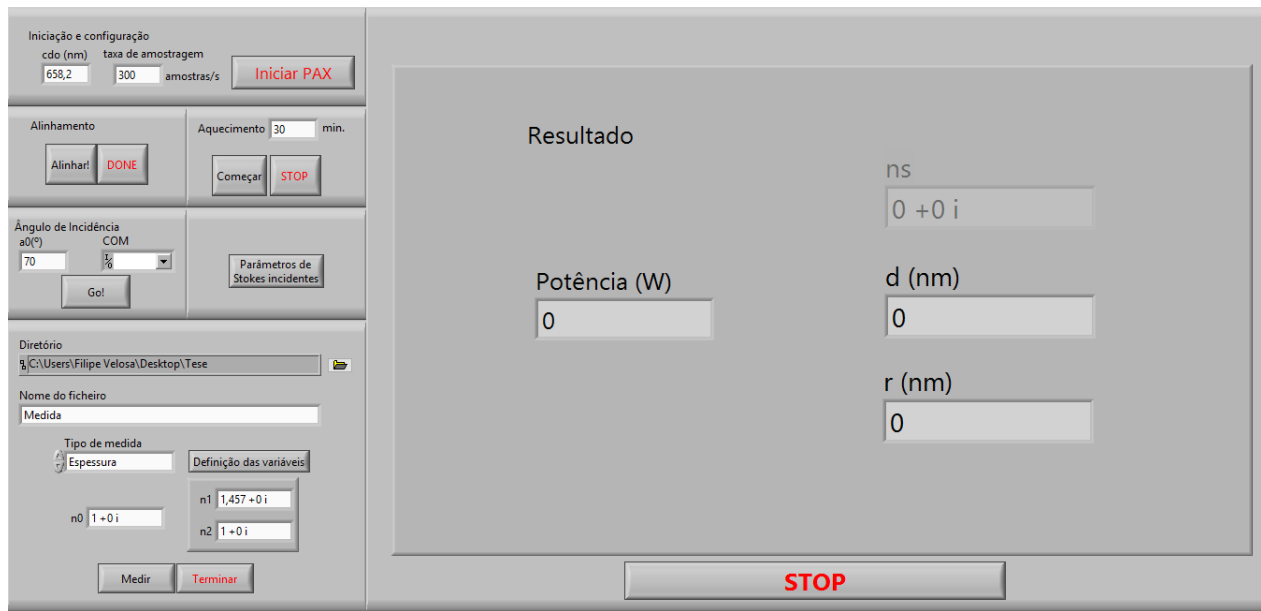


Figura 3.8: Interface do programa desenvolvido para realização das medidas, apresentando o display onde são apresentados os resultados das medidas.

7. BALANÇO DE CUSTOS

Sendo o objetivo deste trabalho a realização de um aparelho de custo reduzido, será apresentado um balanço dos custos, caso todos os componentes fossem comprados. O custo estimado deste aparelho, sem mão-de-obra incluída, é estimado em 9500€ tendo em conta os preços para as peças apresentados de seguida.

- Polarímetro Thorlabs PAX5710 - 7300€
- Laser Diodo LPS-660-FC - 400€
- Motor de passo e unidade de controlo Parker PDX Series - 200€
- Plataforma de rotação Thorlabs PRPR01/M - 300€
- Fonte de alimentação TTi EX 355 - 100€
- *Fiberport* PAF-X-15-C - 350€
- Suporte Thorlabs KM100B/M - 50€
- Varetas metálicas Thorlabs ER6 - 50€
- Suporte circular CP02/M - 50€
- Polarizador linear - 150€

- Três diafragmas - 150€
- Diversos suportes - 50€

Atendendo que o preço para um elipsómetro de gama baixa geralmente está acima dos 50000€, o elipsómetro montado apresenta uma redução superior a 80%. Caso se verifique que o funcionamento deste é comparável ao de outros laboratórios, apresentamos assim uma alternativa de baixo custo a um elipsómetro comercial.

8. CONSIDERAÇÕES SOBRE O RESULTADO FINAL

Na figura 3.9, é possível observar o produto final do elipsómetro construído. Após a montagem do aparelho foram verificados alguns aspetos importantes cuja qualidade da construção podia ter influência nas medidas. Os fatores observados foram os seguintes: inclinação, correlação angular entre o PR01/M e o motor e a estabilidade da polarização, e serão descritos de seguida.

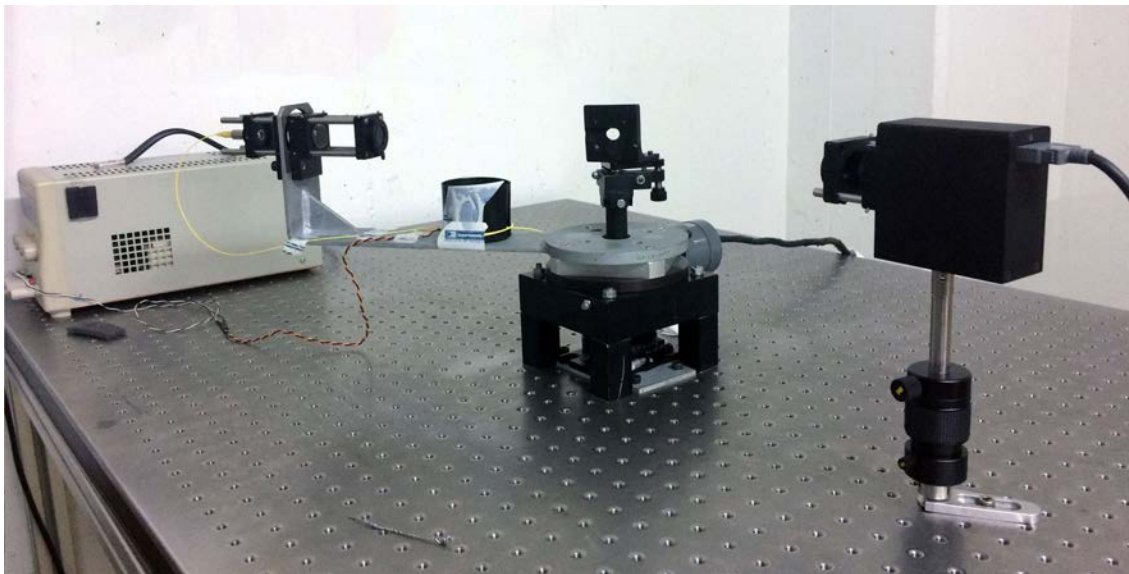


Figura 3.9: Fotografia do aparelho montado.

1. Inclinação

Colocando o laser ligado, registou-se o local de incidência numa folha de papel milimétrico, assente num suporte perpendicular à mesa. Rodou-se o braço metálico por 180°, registando o sítio onde o laser incidia. O resultado encontra-se na figura 3.10 e traduzindo esta diferença de posições num ângulo obtemos o valor de 0,9°. A diferença de posições é pequena e não apresenta grande influência no resultado final, uma vez que o alinhamento da amostra com o plano de incidência é ajustado com o primeiro diafragma.

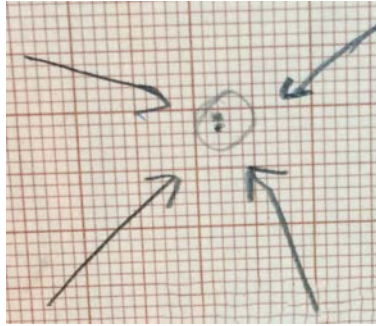


Figura 3.10: Registro do desvio da posição vertical do ponto de incidência, indicando a inclinação do aparelho. Os dois pontos estão a uma distância de 1 mm.

2. Correlação Angular

Como referido anteriormente, o alinhamento entre o eixo de rotação do motor e o eixo central da plataforma PR01/M é um aspeto bastante importante nesta configuração pois garante a exatidão com que o ângulo de incidência é definido. Numa primeira observação, os dois eixos parecem estar alinhados, mas uma observação mais cuidada e por alguém mais experiente, neste caso o Eng. Pedro Santos do LOLS, permitiu concluir que existia um ligeiro desvio, com cerca de um milímetro, entre os dois eixos. Desta forma, torna-se necessário realizar uma calibração a fim de garantir a melhor correspondência possível entre as duas posições angulares. O procedimento seguido foi o seguinte:

1. Colocar um espelho no suporte.
2. Definir o zero do goniómetro do PR01/M e bloquear a rotação deste.
3. Alinhar o feixe refletido pelo espelho com o furo do diafragma.
4. Rodar o motor por 1° .
5. Rodar o PR01/M até o feixe estar novamente alinhado com o furo do diafragma e registar o valor dado por este.
6. Repetir o passo 4 e 5 até os 100° .

Este procedimento foi repetido quatro vezes, realizada uma média aritmética para cada posição registada. Os valores obtidos estão representados sobre a forma de gráfico, na figura 3.11. A estes foi interpolada uma reta de ajuste, dada pela seguinte equação $y(x) = 0.9993x$, com um coeficiente de correlação (r^2) muito próximo de 1, como é possível observar na mesma figura.

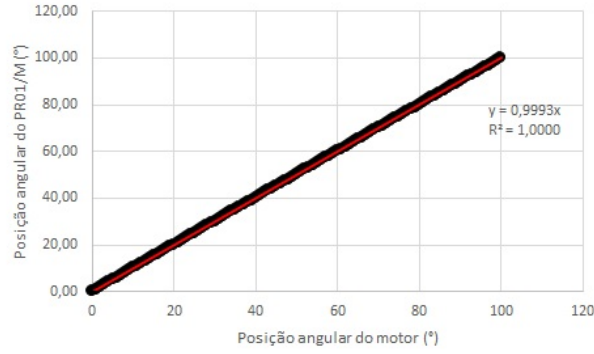


Figura 3.11: Representação gráfica da calibração angular efetuada ao elipsómetro. A reta de ajuste encontra-se representada a vermelho.

Uma vez que o valor do desvio é pequeno, o ajuste obtido é muito próximo da correspondência direta entre os dois valores. É possível também justificar a proximidade à unidade do declive da reta de ajuste com alguns cálculos geométricos. O problema encontra-se descrito graficamente, na figura 3.12.

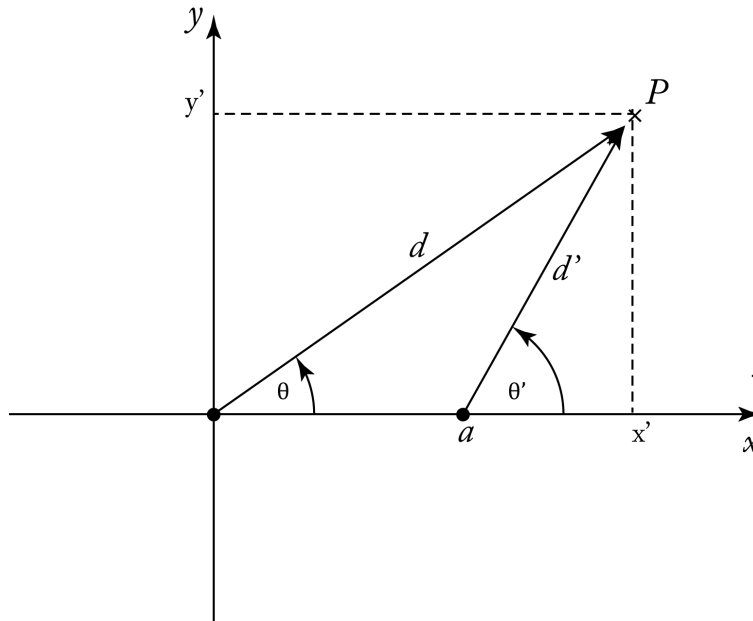


Figura 3.12: Representação geométrica do problema de alinhamento dos eixos do PR01M e do eixo central.

Sem perda de generalidade, podemos considerar que o desvio entre os dois eixos, a , encontra-se segundo um dos eixos do referencial. Veremos então como podemos calcular a diferença entre os dois ângulos. Partindo da diferença do quadrado dos senos:

$$\sin^2(\theta) - \sin^2(\theta') = y'^2 \left(\frac{1}{d^2} - \frac{1}{d'^2} \right)$$

Através de alguma manipulação algébrica simples, obtém-se:

$$\sin^2(\theta) - \sin^2(\theta') = \sin^2(\theta) \left(\frac{a^2 - 2ax}{d'^2} \right)$$

$$\frac{\sin^2(\theta')}{1 - \left(\frac{a^2 - 2ax}{d'^2} \right)} = \sin^2(\theta)$$

Como esperado, se d' tender para infinito e a tender para 0, a razão entre os dois é igual a 1. No caso do elipsómetro construído em que se estima que a seja igual a 1 mm e d' seja aproximadamente igual a 30 cm, a razão entre os dois senos será próxima de 1, o que permite-nos fazer a seguinte aproximação $\sin^2(\theta') \approx \theta'^2$ e $\sin^2(\theta) \approx \theta^2$, obtendo-se assim:

$$\theta \approx 0.9933 \theta'$$

Os cálculos matemáticos da estimativa feita para a correspondência angular entre os dois eixos termina com uma razão entre θ e θ' muito aproximada ao valor do declive da reta interpolada no gráfico da figura 3.11. Assim, é possível validar a estimativa anterior para o desvio entre os dois ângulos.

3. Tempo de funcionamento e estabilidade do estado de polarização do feixe incidente

Um dos parâmetros de relevo apresentados para o polarímetro são os 15 minutos necessários para que o aparelho atinja um estado de correto funcionamento.

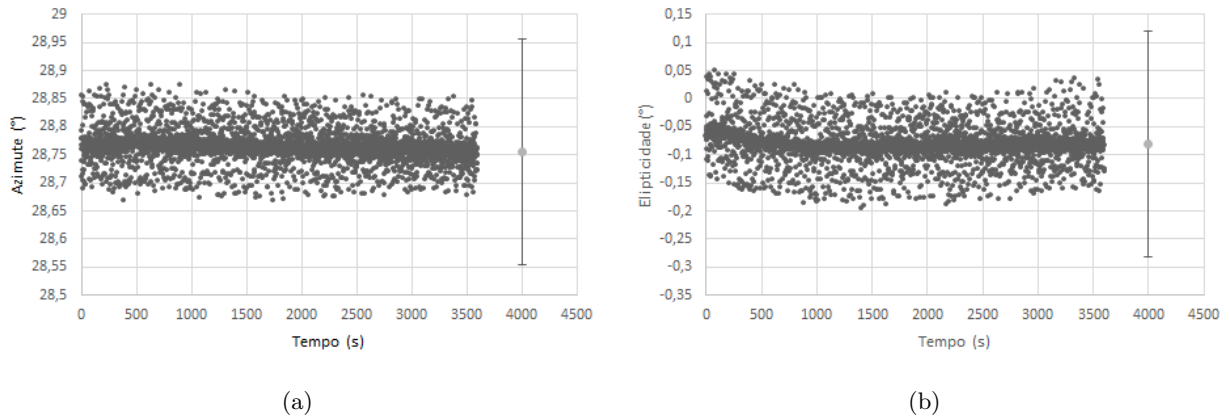


Figura 3.13: Representação gráfica da evolução temporal dos parâmetros geométricos da elipse de polarização para a primeira aquisição. O valor a cinzento claro representa a média dos últimos cinco minutos de aquisição, com as barras de erro representando a incerteza de cada grandeza, conforme indicado pelo fabricante [16].

Este parâmetro é importante para garantir a incerteza e validade das medições realizadas. Da mesma forma, é importante averiguar a estabilidade do estado de polarização do feixe que sai do polarizador, a fim de poder fixar os parâmetros de polarização do feixe incidente e realizar as medições

destes para o feixe refletido, sem alteração dos parâmetros incidentes. Com tal objetivo, foram feitas várias aquisições, a fim de entender como os dois aspetos referidos anteriormente afetavam os parâmetros de polarização medidos no polarímetro. Em primeiro lugar, verificou-se a dependência dos parâmetros da elipse com o tempo de funcionamento do polarímetro após o laser estar ligado continuamente durante 3 horas. Os gráficos obtidos encontram-se nas figuras 3.13a e 3.13b, para o azimute e elipticidade, respetivamente.

Através da observação do gráfico, é possível concluir que durante toda a aquisição os valores medidos pelo polarímetro estavam dentro da gama de valores aceitáveis, tendo em conta a incerteza definida na folha de especificações deste [16].

Com o intuito de observar a conservação temporal dos valores dos parâmetros de polarização, realizou-se uma nova observação, durando uma hora, no dia seguinte. Os dados obtidos para o ângulo azimutal e para a elipticidade encontram-se na figura 3.14a e 3.14b, respetivamente. Nesta aquisição, tanto o laser como o polarímetro foram colocados em funcionamento ao mesmo tempo. Através deste gráfico, é possível observar um resultado totalmente diferente do observado no dia anterior. É também possível concluir que os valores para o azimute e para a elipticidade são distintos dos observados no dia anterior, em cerca de 5° . Uma vez que o polarizador é responsável pela definição do estado de polarização, uma alteração tão grande como a observada não faz sentido e apenas podia ser explicada por alterações de temperatura ou vibrações na mesa ótica.

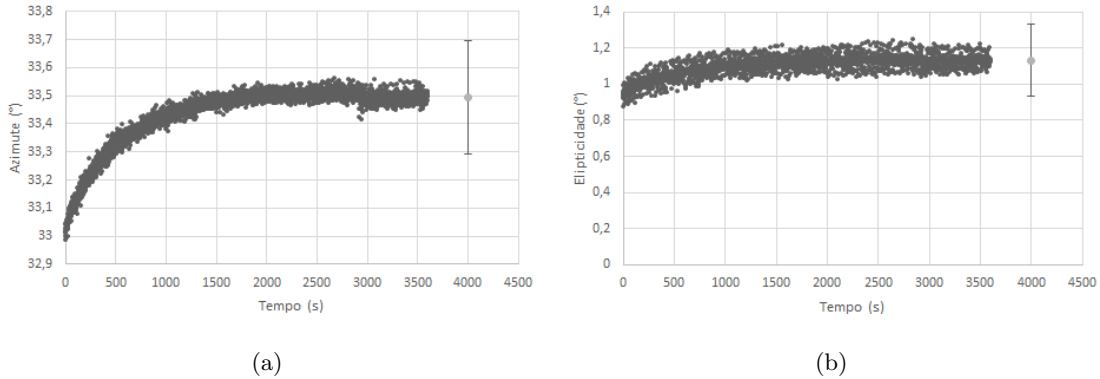


Figura 3.14: Representação gráfica da evolução temporal dos parâmetros geométricos da elipse de polarização para a segunda aquisição, realizada uma dia após a primeira. O valor a cinzento claro representa a média dos últimos cinco minutos de aquisição, com as barras de erro representando a incerteza de cada grandeza, conforme indicado pelo fabricante[16].

Então optou-se por fazer mais duas aquisições curtas, com cerca de quinze minutos de intervalo, ajustando o polarímetro para obter o valor máximo de intensidade do feixe que nele incide. Os gráficos para o ângulo azimutal e elipticidade para diferentes medidas são apresentados de seguida, na figura 3.15. É de notar que em todos, existe uma diferença nos valores anteriores, muito superior ao valor da incerteza do polarímetro. Repetiram-se as medições, mas agora usando 2 polarizadores com os eixos de polarização orientados segundo a mesma direção. A qualidade dos resultados não

difere dos valores apresentados anteriormente. Decidiu-se então substituir o polarizador por um de melhor qualidade.

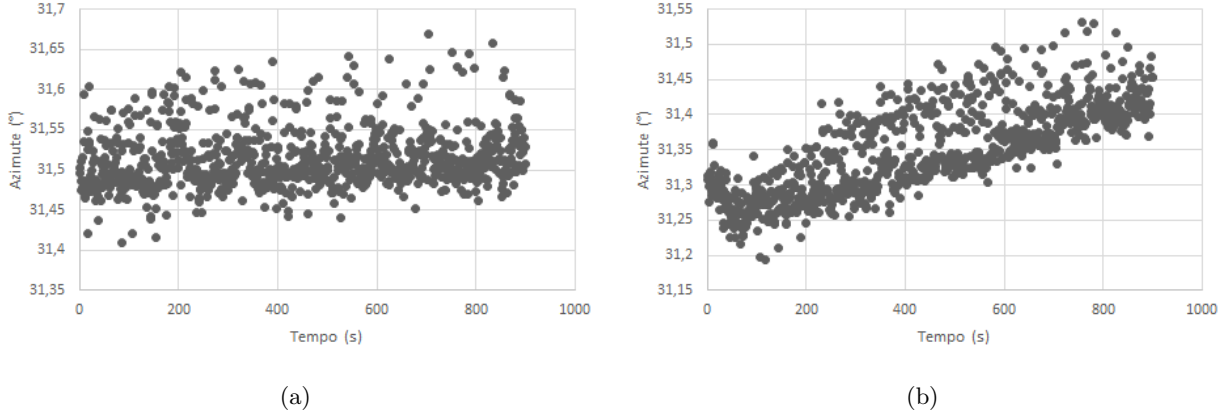
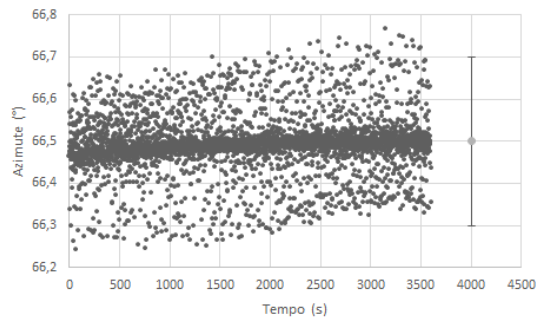
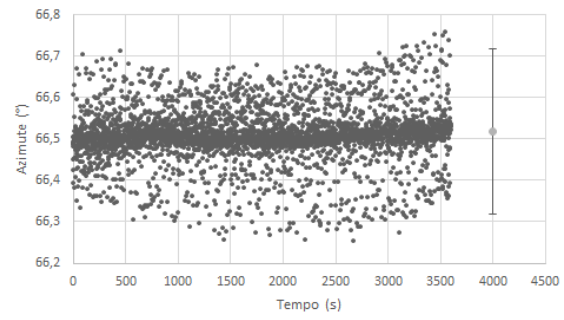


Figura 3.15: Representação gráfica da evolução temporal do azimute para as duas aquisições curtas. É possível observar que mesmo para um intervalo entre as duas aquisições mais curto, verifica-se uma diferença entre os valores medidos que é superior ao valor da incerteza do polarímetro. a) Primeira aquisição. b) Segunda aquisição.

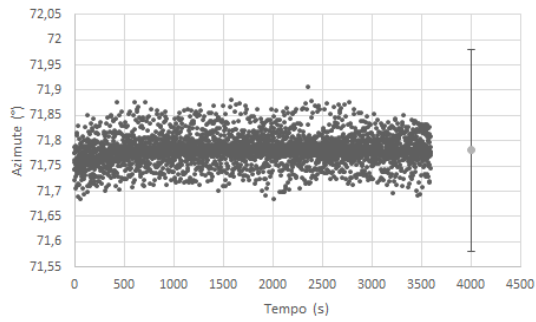
Com este polarizador começou por se verificar a estabilidade de θ e ε , com uma aquisição de 1h, conforme representado graficamente na figura 3.16. Como os valores estavam praticamente inalterados, repetiu-se a aquisição por mais uma hora, conforme apresentado na figura 3.16b. Nestes 2 gráficos, o valor a cinzento claro representa a média dos últimos 5 minutos de aquisição. Como é possível observar, alguns dos valores finais estão fora do valor aceitável, definido pelas barras de erro nestes gráficos. Fixou-se melhor a posição do polarizador, para tal foi necessário removê-lo do suporte, e realinhou-se o sistema, alterando assim o valor do ângulo azimutal. Fez-se uma nova aquisição durante uma hora, ao início do dia, ilustrada na figura 3.16c. No fim do dia repetiu-se a medida durante 40 minutos, como representado na figura 3.16d, para ser comparado com a aquisição a realizar no dia seguinte, que está representada na figura 3.16e.



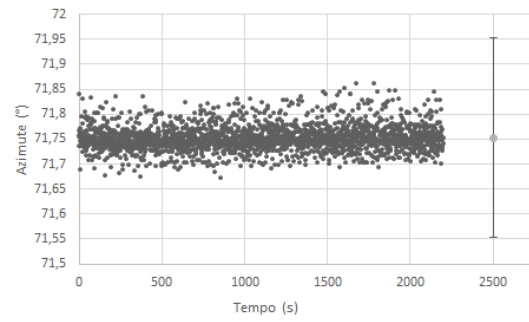
(a)



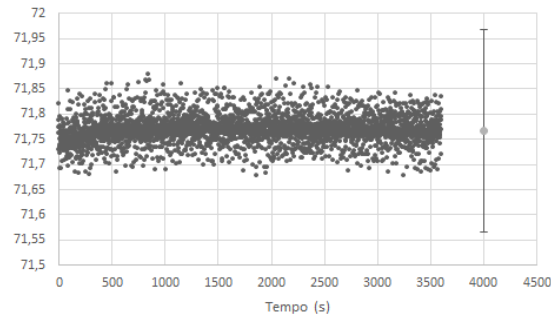
(b)



(c)



(d)



(e)

Figura 3.16: Gráficos do azimute em função do tempo para as diferentes aquisições realizadas com o intuito de verificar a estabilidade do estado de polarização após a substituição do polarizador. a) Imediatamente após alteração do polarizador. b) Segunda aquisição após alteração do polarizador. c) Imediatamente após ajuste do polarizador. d) Aquisição realizada no fim do dia para comparação com as aquisições realizadas no dia seguinte (gráfico na figura e)). e) Aquisição no dia seguinte à alteração do polarizador.

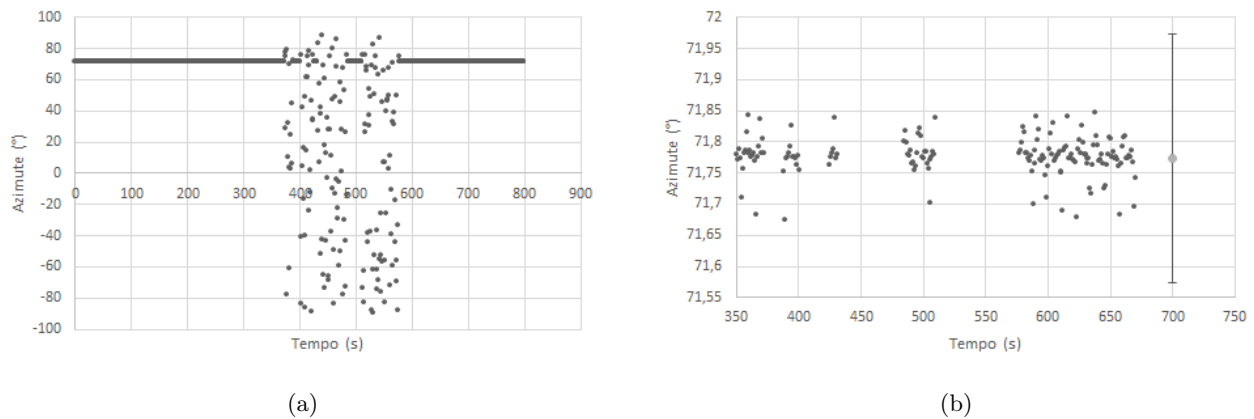


Figura 3.17: Gráfico do azimuth em função do tempo, com movimento do motor até os 10°, 20°, 45° e 60° e retorno à base, por ordem. Em a) os pontos dispersos representam ângulos azimutais aleatórios devido à luz ambiente.

A comparação entre estes gráficos confirma que o sistema agora é estável em termos dos valores de polarização ao longo do tempo e que durante o período inicial de funcionamento do polarímetro os valores medidos pelo polarímetro não são afetados de forma significativa. Resta então analisar a estabilidade do sistema ao stress mecânico e às alterações de posição do braço. Começando então pelos movimentos do braço do motor. Para analisar o efeito deste movimento, verificou-se qual o valor medido para os dois parâmetros geométricos da elipse com o laser a incidir diretamente no polarímetro. Em seguida, rodou-se o braço do motor para um determinado ângulo, voltando de seguida à posição inicial. Os ângulos usados foram 10°, 20°, 45° e 60°. Os valores obtidos estão representados nos gráficos da figura 3.17. É de notar que não há alteração significativa após a rotação para qualquer um destes ângulos, como é possível concluir pela observação da figura 3.17b.

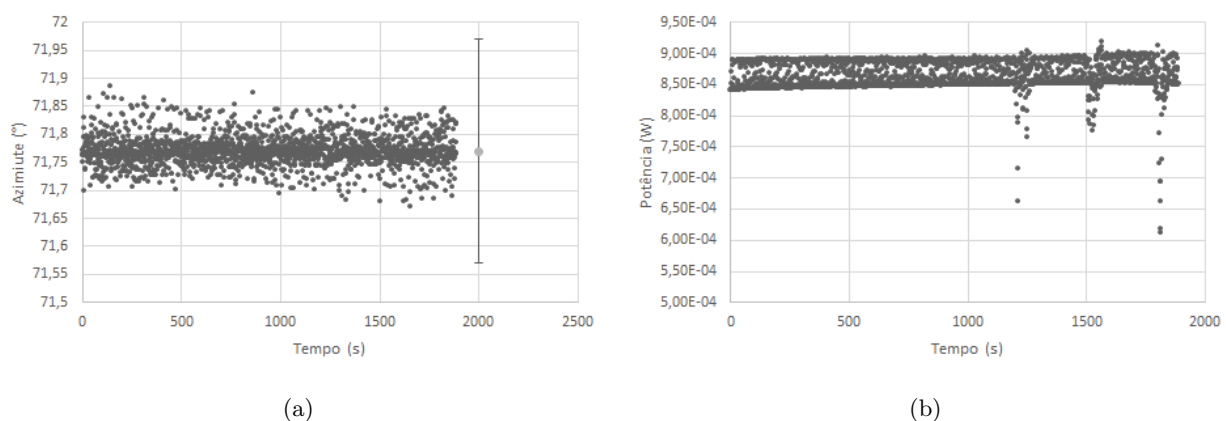


Figura 3.18

Uma vez que o estado de polarização à saída da fibra varia com o stress aplicado nesta, fez-se também uma análise à estabilidade dos parâmetros de polarização com o movimento da fibra ótica.

Para tal, colocou-se o sistema em aquisição durante alguns minutos e, com apoio de uma vareta, tocou-se, repetidamente e com algum vigor, na parte suspensa da fibra ótica, durante 1 minuto. Como é possível observar na figura 3.18a, na qual a aplicação de stress mecânico ocorre aos 1200, 1500 e 1800 segundos, não existe alguma alteração aos valores de θ . O gráfico representado na figura 3.18b, apresenta a variação da intensidade do feixe observada durante os períodos em que ocorreram os toques na fibra.

4. *Influência da incerteza dos componentes na medição da espessura*

Uma vez que a performance do aparelho já está analisada e não existe nenhuma alteração significativa ao resultado final que tenha influência no erro da medida, além da incerteza dos componentes, é possível fazer um pequeno estudo da forma em que estas incertezas irão ter influência no resultado final na medição da espessura de um filme fino. Iremos então simular a medição da espessura de uma amostra de SiO_2 ($N = 1.4563$)[18] depositada em Si ($N = 3.8325 - 0.014i$)[18], para três espessuras diferentes: 1 nm, 10 nm e 100 nm. Com estes valores, é possível calcular o valor de ρ para cada amostra. Usando $\theta_i = 45,00^\circ$ e $\varepsilon_i = 0,10^\circ$ para os parâmetros geométricos do feixe incidente, iterativamente e com um programa simples em LabView realizou-se o cálculo de ρ para todos os valores inteiros de θ_r e ε_r . Assim, foi obtida uma lista de vários valores de ρ e nesta se procurava os valores de ψ e Δ que mais se aproximavam dos valores teóricos calculados anteriormente. Conhecidos os valores de θ_i , ε_i , θ_r e ε_r que geram um valor de ρ próximo do valor teórico, alterou-se em pequenas quantidades os valores de θ_r e ε_r que geravam um valor de espessura do filme igual ao pretendido até a segunda casa decimal. Este procedimento foi seguido porque a inversão da equação 2.13, intermediada pelas equações 2.13 até 2.11, para obtenção dos parâmetros geométricos demonstrou-se irrealizável, quer manualmente ou através de ferramentas computacionais. Este processo iterativo permitia-nos saber os parâmetros geométricos de reflexão teóricos para a amostra em estudo.

O erro do valor medido está associado apenas à incerteza do polarímetro e da definição do ângulo de incidência, α_0 . Para verificar a influência da incerteza dos parâmetros de polarização somou-se 0.2 (incerteza do polarímetro) a θ_i , ε_i , θ_r e ε_r e registou-se o valor calculado para d . O efeito da incerteza de α_0 é verificado com os valores originais dos parâmetros de Stokes e somando a este o valor de $0,04^\circ$. Por fim, verificou-se qual era o valor obtido se a todos os valores iniciais se somasse a respetiva incerteza. A tabela 3.1 resume os resultados obtidos, apresentando o erro experimental, em percentagem.

Tabela 3.1: Valores obtidos para a espessura medida, tendo em conta o valor da incerteza para os parâmetros de polarização, ângulo de incidência e ambos.

	d (nm)		
Parâmetros em estudo	1	10	100
$\theta_i, \varepsilon_i, \theta_r$ e ε_r	0,65	9,595	100,7
Erro (%)	35,3	4,1	0,70
α_0	0,99	10,64	100,33
Erro (%)	1,0	6,4	0,3
Todos	1,56	10,58	99,99
Erro (%)	56,0	5,8	0,01

5. Conclusão

Concluindo, podemos antever que o elipsómetro desenhado e montado encontra-se teoricamente em condições de realizar com sucessos medidas elipsométricas. A análise realizada à montagem permite afirmar que o sistema em termos mecânicos, se encontra dentro das exigências definidas antes da montagem deste. Apesar de algumas falhas relativamente ao projetado inicialmente, nomeadamente no alinhamento entre o centro do motor e do eixo central, este problema pode ser ultrapassado com uma calibração angular. A calibração demonstrou que este desvio não é significativo, embora tenha sido tomado em conta para a realização das medidas. Outro fator que poderia introduzir algum erro nas medidas é a inclinação do aparelho em pouco menos de 1° no entanto o alinhamento entre a amostra e o laser, bem como a capacidade de ajuste vertical do suporte do polarímetro corrigem este problema.

Relativamente à estabilidade na polarização, a análise extensiva realizada à invariabilidade dos valores de θ e ε com fatores como o stress mecânico, movimento do motor e evolução temporal permite afirmar que a elipse de polarização é insensível a todos estes parâmetros. Desta forma, o valor dos parâmetros da elipse do feixe incidente pode ser medido uma só vez e usar estes valores durante todas as aquisições durante um intervalo de tempo bastante grande (superior a duas semanas).

Em termos do erro que as incertezas do componentes usados podem afetar o resultado final na medição da espessura de um filme fino de SiO_2 em Si cristalino, podemos esperar resultados bastante próximos do valor esperado até os 10 nm. Este valor apresenta um erro máximo de aproximadamente 6%, no entanto para um filme fino de 1 nm este valor se aproxima dos 60%. Desta forma, podemos prever que o aparelho desenvolvido terá um bom desempenho para espessuras até os 10 nm, não sendo recomendada as medições para espessuras muito inferiores a esta.

Capítulo 4

Processamento dos dados e tratamento

1. PROCEDIMENTO PARA TRATAMENTO DOS DADOS

Concluída a descrição do aparelho construído, resta-nos passar para a descrição do processo de aquisição de dados. O processo seguido para a determinação de ρ na arquitetura de elipsómetro escolhida implica a medição de θ e ε , tanto para o feixe incidente como para o feixe refletido. No entanto, como sugerido pela análise à estabilidade da polarização apresentada anteriormente, estes parâmetros geométricos para o feixe incidente podem ser medidos apenas uma vez e serem usados sem que alguma alteração significativa ocorra. Desta forma, para determinar as características de uma amostra temos que medir apenas o valor de θ e ε para o feixe refletido. Então, para a caracterização de uma amostra os seguintes passos devem ser seguidos:

1. Colocar a amostra no suporte e verificar o alinhamento. Ajustar com os parafusos micrométricos, se necessário.
2. Deslocar o motor para a posição angular correta. O ângulo no qual o braço metálico deve ser colocado é de $2\alpha'$, conforme é possível observar pela figura 3.2.
3. Rodar a plataforma do PR01/M para a $(90 + 2\alpha') \times 0.9993$.
4. Verificar o alinhamento com os diafragmas que antecedem o polarímetro.
5. Registrar os valores de θ e ε .

Após a aquisição dos dados necessários, é necessário processá-los de acordo com a teoria exposta em 7B do capítulo 1 e atendendo ao cálculos necessários para determinar ρ conforme explicado nas equações 2.7 a 2.13. O processo de tratamento dos dados, tanto para determinar o índice de refração complexo de uma amostra espessa ou a espessura de um filme fino, é complexo e com vários passos intermédios. Em consequência do número de passos intermédios necessários para determinar estas grandezas, o cálculo da incerteza da medida, seguindo os procedimentos definidos no Guia para Expressão da Incerteza na Medição (GUM) [19] é também complexo. A fim de esclarecer melhor este processo, são apresentados dois gráficos diferentes, nas figuras 4.1a e 4.1b, que apresentam as duas cadeias de cálculos e os coeficientes de sensibilidade necessários para determinar a incerteza da medida para cada uma das situações. O processamento dos dados tem inícios distintos conforme a origem destes. Se for possível obter diretamente os parâmetros elipsométricos, os cálculos iniciam-se no retângulo vermelho. No caso do sistema construído, o início do fluxo de cálculos dá-se no retângulo roxo. As grandezas físicas que não são medidas e devem ser conhecidas previamente estão representadas a verde e nos retângulos laranja encontram-se representados os conjuntos de

coeficientes de sensibilidade (derivadas parciais de cada variável para cada grandeza), com o símbolo Δ .

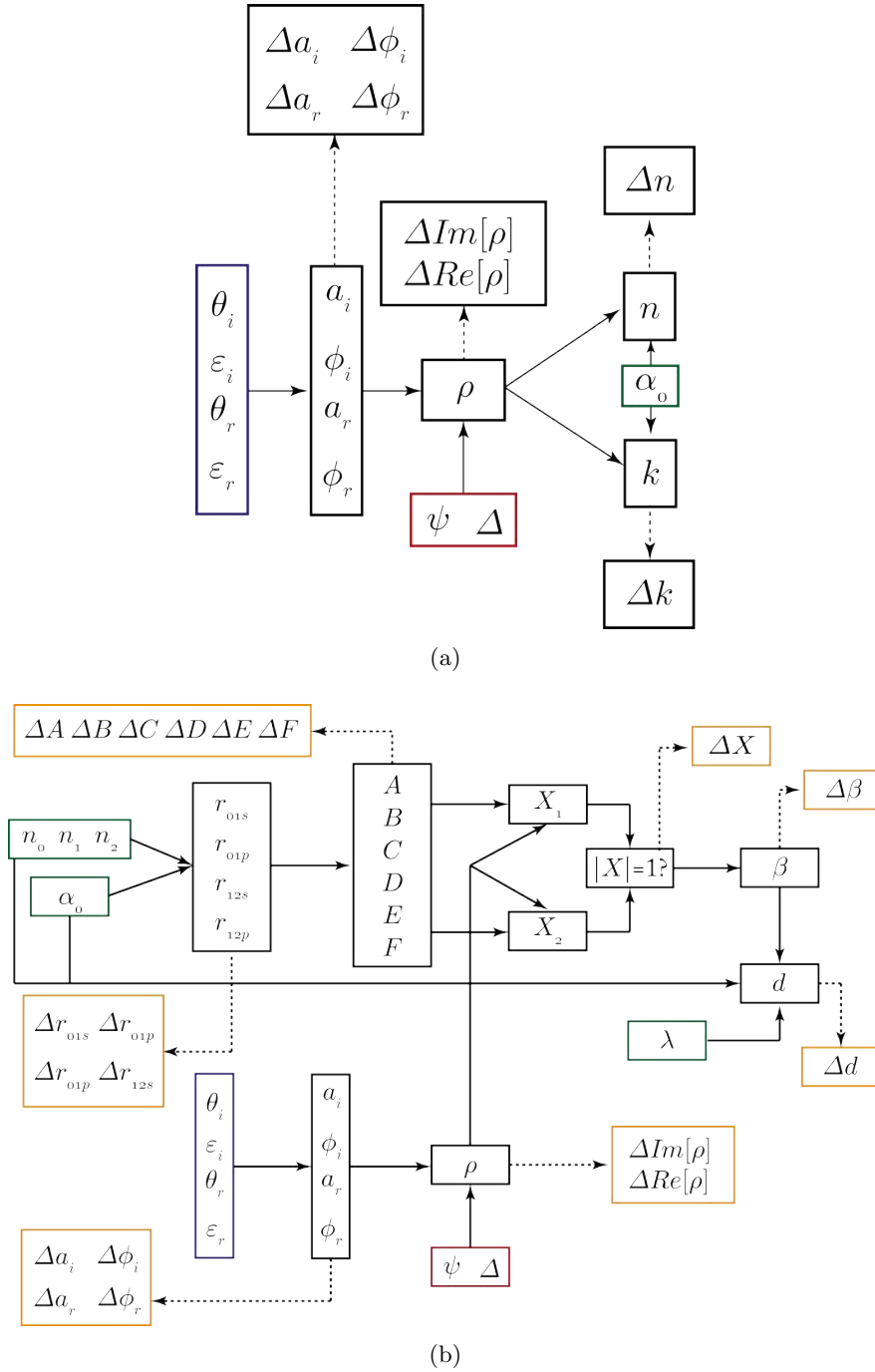


Figura 4.1: Cadeia de cálculos necessários para determinação dos parâmetros e respetiva incerteza para cada tipo de medida: a) índice de refração de amostra espessa, b) espessura de filme fino.

É de ressaltar que o cálculo de cada um destes coeficientes necessita do cálculo das derivadas parciais para todas as variáveis que antecedem diretamente o cálculo das grandezas em questão (e que estão envolvidas na sua determinação). Por exemplo, na determinação da incerteza associada a

ρ , iniciando a medida no retângulo roxo é necessário calcular as derivadas parciais de ρ em relação a a_i , a_r , ϕ_i e ϕ_r .

2. CONSIDERAÇÕES SOBRE O CÁLCULO DAS INCERTEZAS

Antes de prosseguir é necessário apresentar algumas considerações sobre o cálculo da incerteza. Em primeiro lugar, tanto para o cálculo de N ou da espessura do filme fino, o procedimento é extenso e implica a realização de cálculos com alguma complexidade do ponto de vista matemático. Portanto, todo o processo de cálculo, tanto das grandezas como dos coeficientes de sensibilidade, foi realizado no Mathematica® e as tabelas para propagação de incerteza no Microsof Excel. Um exemplo do ficheiro programado para o cálculo de d e respetivos coeficiente de sensibilidade encontra-se no anexo IV. Relativamente à propagação de incerteza, pode ser encontrado um exemplo das tabelas criadas em Excel para os dados obtidos no LOLS no anexo V. Na primeira página encontra-se discriminados os valores das grandezas e dos coeficientes de sensibilidade. É de notar que nesta página apenas se encontram os dados para o valor médio. No caso das medidas feitas em diferentes pontos no Instituto de Ciência e Engenharia de Materiais e Superfícies do Instituto Superior Técnico (ICEMS) e no Laboratório de Eletroquímica Interfacial (LEI) foram usados dez pontos diferentes, como será explicado no capítulo seguinte. Isto implica que é necessário repetir as diferentes tabelas para as 10 medidas (com a exceção dos valores para os coeficiente de Fresnel e os coeficientes ABCDEF, pois só dependem do α_0) para conseguir obter o valor da incerteza. Atendendo ao elevado número de tabelas que seriam necessário apresentar, optou-se apenas por dar como exemplo as tabelas criadas para as medidas realizadas no LOLS.

Na definição da distribuição de incerteza para os componentes usados utilizou-se uma distribuição retangular (uniforme) para os valores de ψ e Δ medidos no ICEMS e no LEI. Para o valor do ângulo de incidência nestes laboratórios foi usada a mesma função de distribuição. No caso das medidas feitas no LOLS, usou-se o mesmo tipo de distribuição para os valores de θ e ε medidos no PAX5710. No caso do ângulo medido no PR01/M usou-se uma distribuição triangular, uma vez que é menos provável colocar o ângulo necessário no extremo da escala e a utilização de uma distribuição uniforme seria pouco correta.

Capítulo 5

Obtenção e tratamento de dados

Uma vez que os valores medidos dependem do ponto de incidência, e não sendo possível arranjar medidas calibradas, os resultados obtidos serão comparados com outros elipsómetros, a fim de verificar se o aparelho está a medir corretamente as grandezas de interesse. Com esse objetivo foram usadas três amostras: duas amostra espessa, uma de ouro e outra de tântalo, e um filme fino de óxido de silício depositado em silício cristalino. Os resultados foram verificados com medições realizadas no LEI e no ICEMS. A tabela seguinte resume as principais características a ter em conta na aquisição e tratamento dos dados para estes dois elipsómetros.

Tabela 5.1: Características dos elipsómetros usados como referências para comparação.

	LEI	ICEMS
Elipsómetro	Sentech SE400	Horiba UVISEL
Tipo	Fotométrico, $\lambda = 632,8 \text{ nm}$	Espectrométrico
Incerteza em Δ e ψ	$0,001^\circ$	$0,02^\circ$
α_0	69.95	70.07
Incerteza em α_0	0.01	

É de notar que para os dados obtidos no ICEMS foi necessário fazer uma interpolação linear para obter Δ e ψ para o valor de $658,2 \text{ nm}$ (valor usado no LOLS) entre os dados obtidos para comprimento de onda entre os 658 nm e 660 nm , uma vez que o passo usado em λ para este elipsómetro é de 2 nm .

Em relação às amostras, algumas considerações devem ser apresentadas. Começando pelo filme fino de SiO_2 em Si cristalino. Este tem uma espessura aproximada de 10 nm , com incerteza desconhecida. Os valores de N usados, para os diferentes comprimentos de onda são apresentados na tabela 5.2. O índice de refração da amostra de ouro, para o comprimento de onda no qual o elipsómetro funciona, é desconhecido na zona analisada. O valor teórico é de $0,17874 - 3,5021i$, de acordo com Rakić [20]. Relativamente à amostra de tântalo, esta tem uma elevada pureza (99.99%) e apresenta um índice de refração complexo de $1,5483 - 2,2919i$ [21].

Tabela 5.2: Valores usados para o índice de refração complexo.

	$\lambda (\text{nm})$	
	632.8	658.2
SiO_2	1,4570 [18]	1,4563 [18]
Si	$3,8650 - 0,014i$ [23]	$3,8325 - 0,018$ [22]

Com objetivo de verificar a reprodutibilidade e repetibilidade das medidas fez-se dois tipos de medidas. No caso da repetibilidade, após alinhamento do aparelho com o polarímetro, repetiram-se

as medidas dez vezes, com intervalo aproximado de trinta segundos entre cada, sem alterar qualquer parâmetro da medida. Para apurar a reprodutibilidade, fizeram-se também dez medidas, mas com alteração da posição do ponto de incidência do laser na amostra, tentando obter pontos distribuídos igualmente pela sua superfície. Este último tipo de medidas permite obter uma caracterização espacial da topografia da amostra.

O estudo de reprodutibilidade não foi realizado para o elipsómetro construído uma vez que, como veremos adiante, este parâmetro depende essencialmente da amostra e o processo de alteração do local de incidência do laser na amostra é demorado (aproximadamente 15 minutos).

A. Medição de espessura com amostra de SiO_2

Começando com dados obtidos para as aquisições no LEI e no ICEMS. Na tabela 5.3, é possível observar os dados obtidos para Δ e ψ para os dez pontos de incidência diferentes, obtidos para os dez pontos de incidência distintos.

Tabela 5.3: Dados obtidos no LEI e no ICEMS para Δ e ψ .

ICEMS		LEI	
$\Delta(^{\circ})$	$\psi(^{\circ})$	$\Delta(^{\circ})$	$\psi(^{\circ})$
153,57	19,98	152,124	11,513
153,61	10,89	151,838	11,518
153,76	10,94	152,199	11,508
153,63	10,95	152,150	11,497
153,19	10,98	152,153	11,509
153,71	10,93	151,759	11,528
153,90	10,90	151,464	11,546
153,75	10,87	151,433	11,515
153,04	10,94	152,774	11,502
153,99	10,93	150,351	11,648

Nas figuras 5.1b e 5.1a, podem ser observados os gráficos com os valores das espessuras obtidas e respectivas incertezas para cada um dos pontos de incidência, para as medidas realizadas no LEI e no ICEMS. Como é possível observar, para cada um dos gráficos, os valores são bastante próximos, no entanto os valores definidos pelas incertezas não cobrem todos os pontos. Desta forma, observa-se que a superfície da amostra é irregular, com variações de espessura superiores à sensibilidade do aparelho.

Os dados originais obtidos para as medidas no mesmo ponto, para cada um dos elipsómetros, são apresentados na tabela 5.4. É de observar que para o elipsómetro do LOLS os dados obtidos são os parâmetros geométricos da elipse e não os parâmetros elipsométricos. Os valores de θ e ε

incidentes são $71,66^\circ$ e $-0,46^\circ$. O ângulo de incidência usado foi de $70,00^\circ$ ¹.

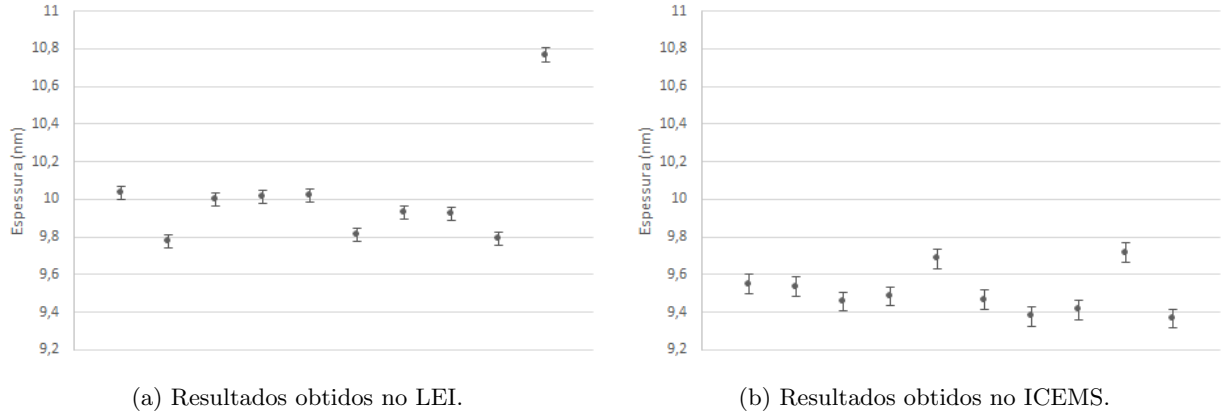


Figura 5.1: Representação gráfica dos valores de espessura obtidos para medições em diferentes pontos de incidência.

Tabela 5.4: Dados originais obtidos nos três laboratórios.

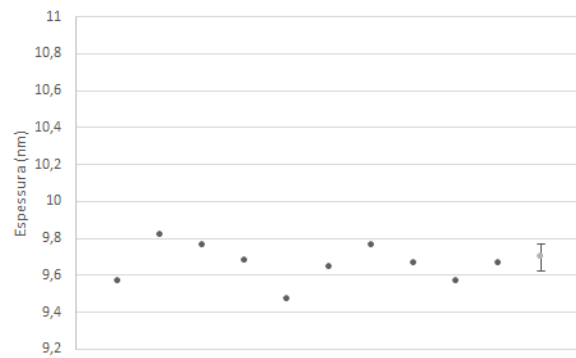
	LEI		ICEMS		LOLS	
	$\Delta(^{\circ})$	$\psi(^{\circ})$	$\Delta(^{\circ})$	$\psi(^{\circ})$	$\theta_r(^{\circ})$	$\epsilon_r(^{\circ})$
	152,344	11,429	153,82	11,16	-87,03	-1,68
	152,331	11,428	152,76	10,94	-87,05	-1,65
	152,359	11,425	152,86	10,92	-87,05	-1,65
	152,356	11,424	153,11	10,92	-87,04	-1,66
	152,331	11,426	152,64	10,90	-87,08	-1,66
	152,338	11,425	153,35	11,01	-87,03	-1,66
	152,319	11,428	152,98	10,98	-87,04	-1,65
	152,328	11,427	152,33	11,03	-87,07	-1,60
	152,344	11,425	153,49	10,97	-87,03	-1,71
	152,327	11,426	153,29	11,00	-86,99	-1,53
Média	152,338	11,426	153,16	10,98	-87,04	-1,65
σ	0,013	0,002	0,36	0,07	0,02	0,05

Na figura 5.2 são apresentados os valores obtidos, sob a forma de gráfico, para as espessuras e respectivas incertezas do filme fino de SiO_2 para os três diferentes laboratórios.

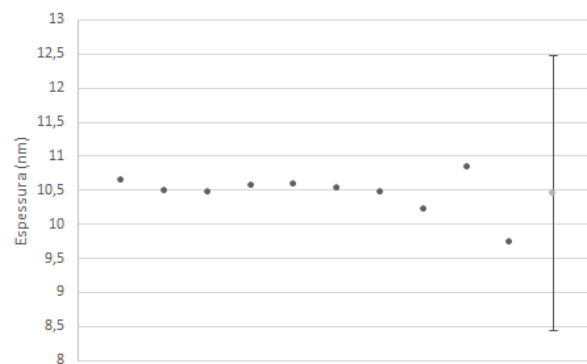
¹Não foi usado o ângulo de Brewster nas medidas porque os elipsômetros do ICEMS e do LEI já estavam previamente configurados para os ângulos de incidência apresentados anteriormente. Como o objetivo deste trabalho é a comparação com os resultados destes 2 elipsômetros, optou-se por usar o mesmo ângulo.



(a) Valores obtidos no LEI.



(b) Valores obtidos no ICEMS.



(c) Valores obtidos no LOLS

Figura 5.2: Representação gráfica dos valores obtidos para as medições efetuadas sem alteração do local de incidência. O valor a cinzento representa a média e as barras de erro representam a incerteza da medição.

A comparação dos resultados obtidos para os três aparelhos é apresentada na tabela 5.5.

Tabela 5.5: Comparação das medidas obtidas para os três elipsómetros.

	ICEMS	LEI	LOLS
$d(nm)$	9,69	9,89	10,45
$\sigma(nm)$	0,10	0,005	0,29
$u(nm)$	0,08	0,023	1,99
Desvio experimental (em relação aos 10 nm)	3,03%	1,10%	4,49%

Uma vez que o processo de cálculo é extenso, é apresentado no anexo IV o ficheiro criado em Mathematica para o cálculo da espessura do filme fino, bem como das derivadas parciais necessárias para o cálculo da incerteza. Nas tabelas do anexo V é possível observar um exemplo do balanço de incertezas completo para o cálculo da incerteza do filme de SiO_2 . Atendendo ao número de páginas necessárias para representar por completo o cálculo da incerteza, é apresentado apenas para as medidas feitas no LOLS.

B. Medição do índice de refração com amostra de tântalo e ouro

Os dados das medidas realizadas para os parâmetros elipsométricos de ambas amostras encontram-se resumidos na tabela 5.6. Para a amostra de tântalo, os parâmetros geométricos da elipse são $71,74^\circ$ e de $-0,40^\circ$ para θ_i e ε_i , respectivamente. No caso da amostra de ouro, temos $\theta_i=71,66^\circ$ e $\varepsilon_i=-0,46^\circ$.

Tabela 5.6: Valores experimentais obtidos no LOLS para as amostras de tântalo e ouro.

Tântalo		Ouro	
$\theta_r (^\circ)$	$\varepsilon_r (^\circ)$	$\theta_r (^\circ)$	$\varepsilon_r (^\circ)$
-87.92	-12.00	-86.14	-17.08
-87.82	-12.04	-86.14	-16.92
-87.93	-12.16	-86.12	-16.91
-87.87	-11.94	-86.14	-16.90
-87.89	-12.09	-86.14	-16.90
-87.97	-12.33	-86.14	-16.91
-87.89	-12.09	-86.12	-16.88
-87.95	-12.13	-86.15	-17.04
-87.94	-12.22	-86.11	-16.71
-87.95	-12.01	-86.15	-16.93

Para estes valores, foi então calculado o respectivo valor para os coeficientes de N . Os resultados obtidos encontram-se representados nas figura 5.3 e 5.4, para o tântalo e para o ouro, respectivamente.

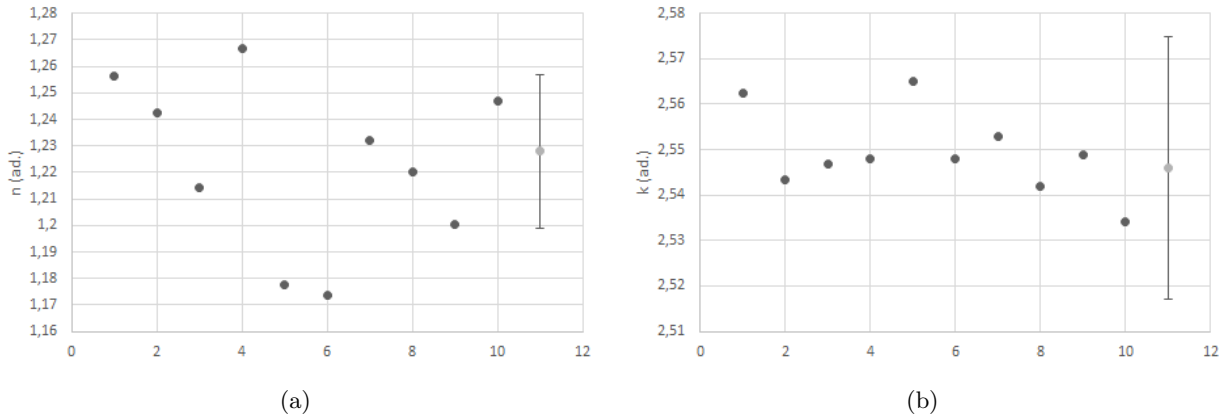


Figura 5.3: Coeficientes do índice de refração complexo para a amostra de tântalo. a) Índice de refração; b) Coeficiente de extinção.

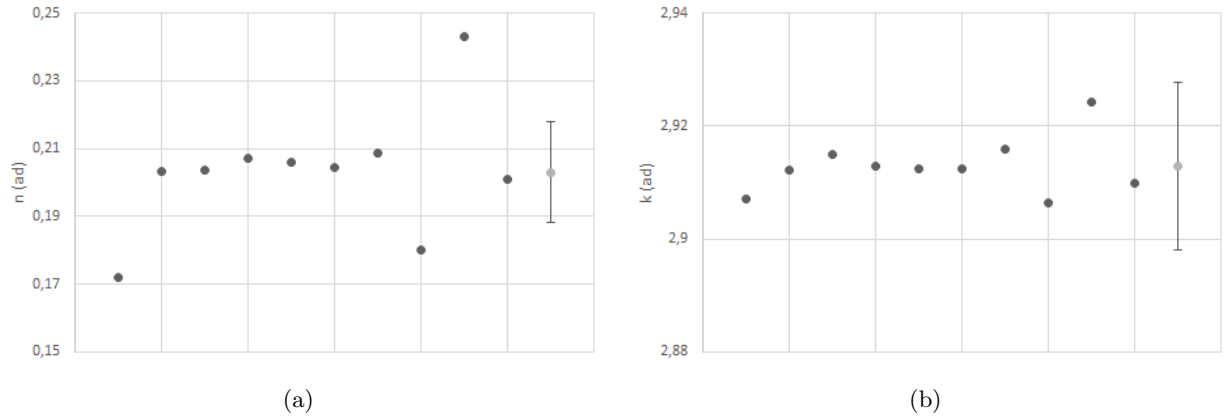


Figura 5.4: Coeficientes do índice de refração complexo para a amostra de ouro. O valor a cinzento apresenta o valor médio e a incerteza está representada pelas barras de erro. a) Índice de refração; b) Coeficiente de extinção.

A análise do valor médio obtido para cada um dos materiais encontra-se na tabela 5.7. Uma vez que não foi possível comparar com medidas realizadas num elipsómetro comercial, estes serão comparados apenas com o valor teórico.

Tabela 5.7: Análise dos dados para as amostras de tântalo e ouro. O valor a cinzento apresenta o valor médio e a incerteza está representada pelas barras de erro.

	<i>Ta</i>	<i>Au</i>
$n(ad.)$	1.23	0.20
$\sigma(ad.)$	0.031	0.019
$u(ad.)$	0.029	0.029
Desvio experimental (%)	20.69	13.56
$k(ad.)$	2.55	2.91
$\sigma(ad.)$	0.009	0.005
$u(ad.)$	0.029	0.029
Desvio experimental (%)	11.08	16.82

Podemos referir à partida que o valor do desvio experimental para as quatro grandezas é relativamente grande, no entanto é necessário atender a diversas particularidades da superfície e da sua relação com a elipsometria. Esta discussão será realizada adiante.

C. Discussão de resultados

Relativamente aos resultados para a amostra de óxido de silício em silício, podemos observar, pelos gráficos da reprodutibilidade, que a amostra tem uma topografia que varia entre 9,32 nm e 10,79 nm. Estes valores definem uma região para a validação da espessura medida no elipsómetro implementado no LOLS. É de notar, que a maioria das regiões definidas pela incerteza em cada

ponto não intersecta grande parte das outras regiões. Assim confirma-se que a influência do ponto de incidência do feixe na amostra é preponderante no resultado final, dominando a reprodutibilidade das medidas. Nos dados obtidos para a incidência no mesmo ponto, observa-se um pequeno desvio-padrão para as medidas realizadas no LEI, quando comparado com o desvio-padrão obtido no ICEMS e no LOLS. É de notar que no ICEMS, as amostras apresentam graficamente uma dispersão que se aproxima bastante da obtida para pontos de incidência diferentes. A comparação do desvio-padrão de ambas aquisições (0.11 para pontos diferentes e 0.09 para o mesmo ponto) confirma esta observação. Uma justificação para esta similaridade pode ser encontrada na vibração do elipsómetro durante a movimentação interna dos componentes para a realização das medidas em diferentes comprimentos de onda.

Em relação à espessura obtida no elipsómetro implementado podemos começar por referir que todos os valores obtidos para a espessura se encontram dentro da gama definida no estudo da reprodutibilidade da amostra. O valor do desvio experimental está de acordo com o que era esperado após o estudo da influência da incerteza dos componentes realizada na secção 8.4 do capítulo 3. Relativamente à incerteza da medição no LOLS obteve-se um valor que é bastante superior ao observado nos outros laboratórios. É de notar que os dois pontos mais próximos do ponto que representa o valor médio das espessuras medidas estão bastante afastados dos restantes valores. Uma possibilidade é a alteração do ponto de incidência durante a aquisição das medidas, à semelhança do que ocorreu no ICEMS. Uma pequena análise estatística revela que estes dois podem ser considerados com outliers. A sua remoção no cálculo da espessura média não provoca uma alteração significativa no valor final. Retirando estes valores obtemos uma incerteza muito próxima ao valor anterior e um desvio experimental de 4.9%. No entanto, o facto destes dois pontos serem considerados como outliers reforça o argumento da alteração do ponto de incidência.

Relativamente às amostras de ouro e tântalo, para as quais se mediu o índice de refração, podemos começar por referir que os valores obtidos se encontram próximos dos valores teóricos. Apesar do desvio experimental para n e k ser no mínimo 11,8% e no máximo 20,7%, é de notar que a superfície da amostra tem uma importância fundamental nos valores medidos. O princípio físico das equações para a elipsometria assenta nas equações de Fresnel que pressupõem que a superfície onde o feixe de luz incide é plano e sem qualquer irregularidade ou rugosidade. Assim sendo e uma vez que para nenhuma das amostras esta questão é garantida é presumível que o valor medido para o índice de refração complexo seja um pouco diferente do valor teórico. Tendo isto em conta, um desvio experimental de 20% indica a existência uma certa correspondência com o valor esperado e portanto serve para validar o correto funcionamento do aparelho. Em termos de incerteza, é possível observar que alguns dos valores estão fora dos valores definidos por esta. Uma análise aos outliers não permite retirar conclusões uma vez que os dois coeficientes de N não são simultaneamente outliers. Desta forma, não é possível excluir nenhum dos dados. No entanto, podemos prever que da mesma maneira que anteriormente, as vibrações no sistema montado irão alterar o ponto de incidência e fazer desta forma variar os valores medidos.

Uma análise ao balanço de incertezas da medição comprova que o fator experimental com maior contribuição para o resultado final é a incerteza do polarímetro na medição dos parâmetros geométricos de polarização. No anexo V, no balanço de incerteza das componentes de X , é possível notar que a contribuição da parte real e imaginária de ρ é sempre muito superior à dos coeficientes ABCBEF. Quando é realizado o balanço de incerteza final é também observado que a influência da incerteza de α_0 é desprezável. Assim, conclui-se que a incerteza na medição dos parâmetros geométricos da elipse de polarização domina o valor da incerteza final.

1. DISCUSSÃO DOS RESULTADOS NA ÓTICA DE VALIDAÇÃO DO ELIPSÓMETRO

O processo de medição seguido anteriormente tem como propósito verificar o correto funcionamento do elipsómetro montado. Uma vez que se sabia de experiências anteriores que os valores medidos através da elipsometria têm uma dependência muito forte com o local de incidência, realizou-se diferentes medidas (10) em cada elipsómetro para verificar de que forma a reprodutibilidade das medidas eram afetadas em cada um destes e para gerar um mapa da topografia da amostra a fim de poder comparar com os valores obtidos no elipsómetro montado. Em cada um destes elipsómetros foi também verificada a repetibilidade através das dez medidas no mesmo ponto. No LOLS realizou-se apenas medidas no mesmo ponto, uma vez que já se verificou que as medidas variam bastante de ponto para ponto e a alteração de ponto de incidência é um processo relativamente demorado. Tendo então um valor médio para a espessura num determinado ponto, uma gama de valores no qual se define os valores aceitáveis para a espessura medida no LOLS e uma comparação da repetibilidade das amostras para os dois elipsómetros usados para comparação estamos em condições de verificar se o aparelho está a funcionar corretamente para a medição de espessura de um filme fino. Também foi realizada uma comparação com o valor teórico. Para a medição do índice de refração não foi possível comparar com outro elipsómetro. No LEI, o Sentech 400 opera nos 632,8 nm, portanto não serve para medir o N para o comprimento de onda usado no LOLS. No ICEMS, o elipsómetro espectrométrico apresentava valores que não faziam sentido do ponto de vista físico para valores de comprimento de onda superiores a 600 nm. No tempo disponível para a realização das medidas não foi possível verificar qual era a origem do problema. Na inexistência de valores comparativos num elipsómetro comercial, as medições foram comparadas com o valor de referência para cada um dos materiais.

Para o filme fino, podemos verificar a concordância com o valor esperado para a espessura uma vez que temos um desvio experimental de 4.49%. Este valor é da mesma ordem de grandeza que nos outros dois laboratórios. O valor médio encontra-se também dentro da gama definida pelo estudo da topografia da superfície realizado no ICEMS e no LEI. Em termos de repetibilidade das medidas, o elipsómetro montado apresenta um desvio padrão da mesma ordem de grandeza que no ICEMS. Tendo em conta a distribuição dos valores para a espessura, na medição da espessura no mesmo ponto de incidência, para o LOLS e para o ICEMS e comparando estes com os valores obtidos no LEI

pode-se afirmar que houve um fator externo que provocou uma alteração no ponto de incidência. Esta alteração é mais pronunciada no elipsómetro montado porque existem dois valores que são considerados como outliers.

Na medição de N , cujos valores obtidos são comparados apenas com as referências bibliográficas, é possível observar um desvio experimental superior ao esperado. No entanto, é possível considerar que um desvio da ordem dos 20% é aceitável tendo em conta a influência do estado da superfície no resultado final da medida.

Os valores obtidos para a incerteza são bastante maiores que os obtidos nos outros elipsómetros e maiores que o esperado para a medição de N . No entanto, isto representa uma limitação imposta pelo polarímetro, como referido anteriormente.

Tendo tudo isto em conta, é possível validar o correto funcionamento do aparelho na medição da espessura e do índice de refração complexo.

Capítulo 6

Conclusão

O trabalho desenvolvido no âmbito desta dissertação tinha como objetivo o desenho, a montagem e o teste de um elipsómetro de baixo custo, utilizando componentes vulgarmente encontrados num laboratório de ótica, com capacidade de medir o índice de refração complexo para uma amostra espessa e a espessura de um filme fino. Atendendo à análise de performance do aparelho montado, descrita na secção 8 do capítulo 3, e aos valores para a espessura e índice de refração complexos obtidos para as diferentes amostras é possível afirmar que o elipsómetro construído está a funcionar de acordo com o esperado. O elipsómetro montado foi implementado usando componentes já existentes no LOLS e com recurso às oficinas da faculdade para construção das peças necessárias. Este elipsómetro com um custo aproximado de 700€, para compra do laser e da plataforma de rotação PR01/M. Desta forma, o objetivo de ter um aparelho funcional e de baixo-custo foi concretizado.

Com o objetivo de validar a montagem do elipsómetro foram analisadas alguns pontos fundamentais que tomam um papel fundamental nas medidas efetuadas. Estas características foram: correspondência angular entre a posição do laser e da plataforma PR01/M, inclinação do sistema montado e a estabilidade mecânica e temporal da polarização. Relativamente à correspondência angular conclui-se que apesar do ligeiro desalinhamento entre os dois eixos, o desvio entre a correspondência direta é bastante pequeno, observado através da calibração realizada e justificado matematicamente. A calibração indica a razão entre o ângulo medido no componente PR01/M e o braço metálico é de 0.9993. Em termos de inclinação do sistema foi possível observar que quando se registava a posição vertical do feixe, num papel milimétrico, a 0° e a 180° , existia uma diferença nas posições que indica que o sistema tem uma inclinação de aproximadamente 1° . A existência desta inclinação não apresenta um problema substancial uma vez que a amostra é alinhada com o laser e existe um sistema de ajuste vertical na posição do polarímetro. Considerando a polarização, é possível inferir que o estado de polarização é definido apenas pelo polarizador que se encontra à saída do *fiberport*, caso este não seja de boa qualidade, como se verificou inicialmente, a polarização do feixe pode ser alterada com toques na fibra e com o passar do tempo. O estudo da estabilidade temporal do polarímetro indica que o estado de polarização do laser mantém-se constante durante um intervalo de tempo bastante superior ao da realização das medidas. Foi possível observar que ao fim de um mês, diferença temporal entre a aquisição dos dados para a amostra de óxido de silício e as de tântalo e ouro, o valor medido ainda se encontra dentro da gama definida pelo valor anterior e a incerteza do polarímetro. No que diz respeito à estabilidade mecânica da polarização, comprovou-se que tanto os movimentos do motor como a aplicação de algum stress mecânico na fibra ótica não alteravam o estado de polarização do feixe. Assim, relativamente à estabilidade da polarização possível afirmar que o sistema é estável e garante que os parâmetros geométricos da polarização não se alteram quando o motor se desloca para o ângulo de incidência e é estável durante um período de

tempo prolongado que permite a realização das medidas sem necessidade constante de os verificar.

Apesar do elipsómetro montado estar de acordo com as especificações definidas inicialmente torna-se necessário realizar algumas observações. Em primeiro lugar, o suporte da amostra construído não é prático. Uma vez que funciona através da compressão da superfície da amostra com a parede do suporte é necessário que a amostra tenha uma largura superior à do furo existente no suporte (1 cm). Esta característica limita o número de amostras disponíveis para serem analisadas neste elipsómetro. O facto de a amostra ter de ser encostada ao suporte implica também que a zona da amostra que fica em contacto com este seja riscada, levando a uma degradação da qualidade da amostra. Ainda relativamente ao suporte para a amostra, o sistema de compressão usado não era prático pois não permitia definir o ponto de incidência, bem como o uso do encosto ajustado com parafusos não fornecia sensibilidade suficiente durante o ajuste e as amostras partiram-se algumas vezes, mesmo com o uso de uma esponja para amortecer a compressão. Deste modo, o aparelho poderia ser melhorado através da criação de uma base operando de uma forma diferente, que não implicasse que a amostra estivesse em contacto direto com o suporte e que não estivesse dependente do tamanho da amostra.

A validade do aparelho montado é confirmada através das medições realizadas para as diferentes amostras. Em termos da determinação da espessura do filme fino do SiO_2 em Si , podemos observar que o valor médio obtido para as amostras realizadas no LOLS está contido nos valores medidos na análise à superfície da amostra. O desvio experimental obtido está de acordo com o previsto na análise da influência da incerteza e tem a mesma ordem de grandeza que os valores obtidos no ICEMS e no LEI para as medidas realizadas no mesmo ponto de incidência. A existência de dois outliers nestas medições, permite prever que existe algum fator externo que faça alterar o sítio de incidência do feixe na amostra. Estes fatores podem ser a ocorrência de toques ou a passagem de uma pessoa nas proximidades da mesa. Em termos de incerteza, o valor obtido no elipsómetro construído é cerca de duas ordens de grandeza superior ao valor obtido nos outros dois laboratórios. Pelo balanço de incertezas foi possível concluir que o parâmetro experimental com maior influência no resultado final é a incerteza do polarímetro na medição de θ e ε . A análise do anexo V permite concluir que a incerteza da medição é muito pouco influenciada pela incerteza de α_0 , sendo maioritariamente afetada pela incerteza do polarímetro. Relativamente à medição dos coeficientes de N , os valores obtidos apresentam um desvio experimental para a amostra de tântalo de 20,69% e 11,08%, para n e k respetivamente, e no caso da amostra de ouro de 13,56% para n e de 16,82% para k . Apesar de não serem valores ideais, estes valores indicam que os valores medidos têm alguma concordância com os valores teóricos, especialmente tendo em conta que a rugosidade e imperfeições irão desviar o valor medido do valor teórico. Os valores de incerteza para todas as medidas é bastante grande e é uma característica do aparelho que não pode ser modificada uma vez que depende exclusivamente do polarímetro. Apesar da incerteza tomar uma larga percentagem do valor medido, para filmes finos com espessuras maiores esta representará uma menor percentagem e este aparelho estará mais adequado a medir filmes finos mais espessos. A incerteza esperada para um filme fino do mesmo

material mas com 100 nm de espessura deverá rondar cerca de 1% do valor medido.

Tendo em conta que o aparelho foi montado de forma a obedecer a todos os constrangimentos encontrados em termos de incerteza e precisão necessários, que o processo de cálculo seguido está de acordo com a bibliografia e que os valores obtidos, tanto para a espessura como para o índice de refração complexo, estão de acordo com os valores teóricos é possível afirmar que o elipsómetro construído está a funcionar como previsto e, retirando os valores obtidos para a incerteza obtida na medição da espessura, comporta-se de uma forma comparável ao elipsómetro existente no ICEMS. O Sentech 400, existente no LEI, teve um desempenho superior aos dois outros laboratórios pois as diferentes medidas para o mesmo ponto apresentam um desvio padrão muito inferior aos outros dois. Qualquer um destes dois aparelhos apresenta um custo de aquisição muito superior ao do aparelho construído, mesmo que os diferentes componentes fossem adquiridos exclusivamente para este projeto.

Relativamente às limitações encontradas no decorrer deste projeto, podem ser apontados dois fatores: o tempo e o número de amostras disponíveis. Em relação ao número de amostras disponíveis, as razões para tal limite está na especificidade das dimensões necessárias como referido anteriormente. Relativamente ao tempo disponível, poder-se-ia ter conseguido realizar mais medidas comparativas, nomeadamente para o tântalo e para o ouro bem como tentar melhorar o sistema de suporte da amostra de forma a permitir a medição de qualquer amostra, independentemente da geometria desta.

Em termos de trabalho futuro, este passará pela implementação das alterações propostas no suporte da amostra e na efetiva validação do funcionamento do elipsómetro através de amostras calibradas para a medição de N e de d . Deverá também ser usada um filme fino com uma espessura maior, preferencialmente superior a 50 nm.

Capítulo 7

Bibliografia

- [1] “DimensionsInfo,” 15 Dezembro 2014. [Online]. Disponível online em: <http://www.dimensionsinfo.com/how-big-is-the-first-computer/>. [Acedido em 28 Agosto 2016].
- [2] “The Institute - the IEEE news source,” Janeiro 2010. [Online]. Disponível online em: <http://theinstitute.ieee.org/video/tech-history/technology-history/transistor-honored-with-a-milestone>. [Acedido em 28 Agosto 2016].
- [3] P. Drude, The Theory of Optics, Dover Publications, Inc., 1902.
- [4] R. N. Azzam, N. M. Bashara, Ellipsometry and Polarized Light, North Holland Publishing Company, 1977.
- [5] E. A. Irene, Ellipsometry at the Nanoscale, Springer-Verlag Berlin Heidelberg, 2013.
- [6] H. G. Tompkins, E. A. Irene, Handbook of Ellipsometry, William Andrew Inc., 2005.
- [7] E. Collett, “Determination of the ellipsometric characteristics of optical surfaces using nanosecond laser pulses,” Surf. Sci., vol. 96, no. 1–3, pp. 156–167, 1980.
- [8] D. Goldstein e E. Collett, Polarized Light, Mark Dekker, Inc, 2003.
- [9] Sunway Scientific Corporation, [Online]. Disponível online em: http://www.sunway.com.tw/Files/DownloadFile/Ellipsometry_basics.pdf. [Acedido em 15 Agosto 2016].
- [10] Thorlabs [Online], Manual de utilização do polarímetro. Disponível online em: <https://www.thorlabs.com/drawings/1c3b3149777e24ff-736CFB64-5056-0103-79948D88796A7DDF/PAX5710VIS-T-Manual.pdf>
- [11] B. G. Yacobi, D. B. Holt e L. L. Kazmerski, Microanalysis of Solids, New York: Springer Science+Business Media, 1994.
- [12] R. F. Cohn e J. W. Wagner, “Absolute and random error analysis of the dynamic imaging microellipsometry technique,” Applied Optics, vol. 28, 1 Agosto 1989.
- [13] Alan J. Hurd, C. Jerrey Brinker. Optical sol-gel coatings : Ellipsometry of film formation. Journal de Physique, 1988, 49 (6), pp.1017-1025.
- [14] Horiba Scientific [Online]. Disponível online em: <http://www.horiba.com/scientific/products/ellipsometers/spectroscopic-ellipsometers/uvisel/uvisel-spectroscopic-ellipsometer-covering-a-range-from-fuv-to-nir-640> [Acedido em 30 Agosto 2016].
- [15] Accurion [Online]. Disponível online em: http://www.accurion.com/imaging-ellipsometry/products/nanofilm_ep4/the_nanofilm_ep4.pdf [Acedido em 30 Agosto 2016]
- [16] Thorlabs [Online], Ficha técnica do polarímetro. Disponível online em: <https://www.thorlabs.com/drawings/1c3b3149777e24ff-736CFB64-5056-0103-79948D88796A7DDF/PAX5710VIS-T-SpecSheet.pdf>
- [17] Manual de utilizador do motor.
- [18] H. Malitson. Interspecimen Comparison of the Refractive Index of Fused Silica, J. Opt. Soc. Am. 55, 1205-1208 (1965)
- [19] Bureau international des poids et mesures, Guide of measurement data - Guide to the expression of

uncertainty in measurement, JCGM, 2008.

- [20] Referências A. D. Rakić, A. B. Djurišić, J. M. Elazar, & M. L. Majewski. Optical properties of metallic films for vertical-cavity optoelectronic devices, *Appl. Opt.* 37, 5271-5283 (1998)
- [21] “Filmetrics, Inc,” [Online]. Disponível online em: <http://www.filmetrics.com/refractive-index-database/Ta/Tantalum>. [Acedido em 30 Agosto 2016].
- [22] M. A. Green and M. J. Keevers. Optical properties of intrinsic silicon at 300 K, *Progress in photovoltaics* 3, 189-192 (1995)
- [23] X. Liu e E. A. Irene, “An Ellipsometric Measurement of Optical Properties for InP Surfaces,” 1990.
- [24] K. Riedling, *Ellipsometry for Industrial Applications*, Springer-Verlag/Wien, 1988.
- [25] H. G. Tompkins, *A User’s Guide to Ellipsometry*, Academic Press, Inc., 1993.
- [26] D. A. Ramsey e K. C. Ludema, “The influence of roughness on film thickness measurements by Mueller matrix ellipsometry,” *Rev. Sci. Instruments*, vol. 65, pp. 2874-2881, 9 September 1994.
- [27] L. Lévesque, “Refractive index determination of materials on thin transparent substrates using ellipsometry,” *Phys. Educ.*, vol. 35, pp. 359-362, 5 Setembro 2000.
- [28] A.-H. Liu, P. C. Wayner e J. L. Plawsky, “Image scanning ellipsometry for measuring nonuniform film thickness profiles,” *Applied Optics*, vol. 33, pp. 1223-1229, 1 Março 1994.
- [29] D. Beaglehole, “Performance of a microscopic imaging ellipsometer,” *Rev. Sci. Instruments*, vol. 59, pp. 2557-2559, Dezembro 1988.

Anexos

Anexo I

Ficha de especificações do laser díodo LPS-FC-660.

Single Mode Fiber-Pigtailed Laser

LPS-660-FC



S/N: 150723-54

Center Wavelength: 658.2 nm

Fiber Type: SM600

Test Date: 7/24/2015



Diode Package: TO 5.6 mm

Connector: FC/PC

Tested By: Leila

QA: Pass



Summary of Test Data (CW, $T_{case}=25^{\circ}C$)

Parameter	Symbol	Value	Unit
Fiber Output Power	P_{op}	7.5	mW
Operating Current@ P_{op}	I_{op}	74.8	mA
Operating Voltage@ P_{op}	V_{op}	2.61	V
Monitor Current @ P_{op}	I_{mon}	0.110	mA
Threshold Current	I_{th}	46.9	mA
Slope Efficiency	$\Delta P/\Delta I$	0.28	W/A

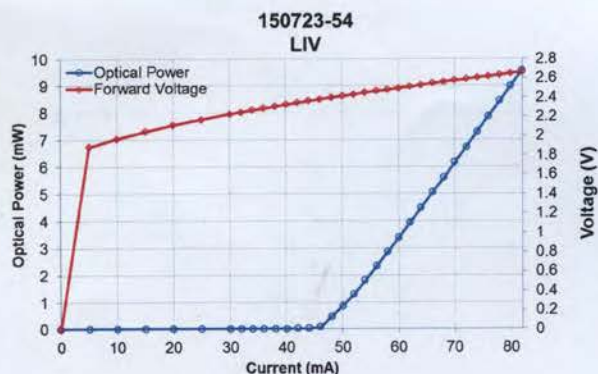
Absolute Maximum Ratings

Parameter	Ratings	Unit
Laser Diode Current*	82	mA
Optical Output Power*	9	mW
LD Reverse Voltage*	2	V
Storage Temperature	-10~+65	$^{\circ}C$
Case Temperature	0~+50	$^{\circ}C$

* CW, $T_{case}=25^{\circ}C$

LASER RADIATION
AVOID EXPOSURE TO BEAM
CLASS 3B LASER PRODUCT

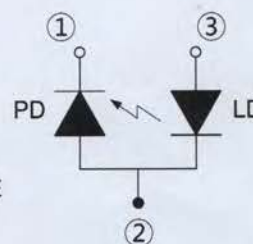
CAUTION- use of controls or adjustments or performance of procedures other than those specified herein may result in hazardous radiation exposure. There are no user serviceable parts in this product. When proper power is applied to this product, Laser radiation will be emitted from the optical fiber.



Bottom View



Pin Code C



Important Notes:

- The maximum ratings mean the limitation over which the laser should not be operated even instant time.
- Do not clean the fiber connector when the diode is in operation. The laser should be off when plugging or un-plugging the connector.**
- To protect the laser diode from damage due to static electricity (ESD), please follow proper ESD handling precautions.
- Do not pull or fold the fiber. The fiber is very fragile and easily broken. Avoid handling the fiber by the rubber "boots" of the black housing and connector ends of the pigtail.
- To ensure safe operation use only with a suitable power source that complies with the pertinent requirements for laser systems as specified in IEC-60825-1 "Safety of Laser Products."

Thorlabs Inc
56 Sparta Avenue
Newton, New Jersey 07860
USA

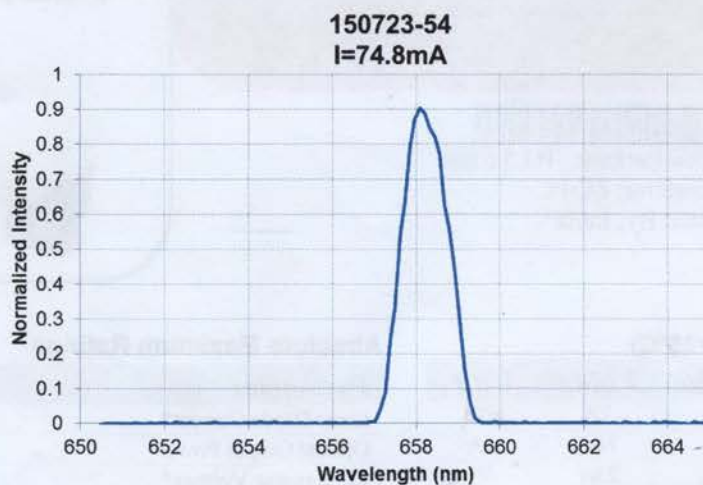
US, Canada & South America
1-973-300-3000
Brazil
+55-16-3413 7062

France
+33 (0)970 440 844
Scandinavia
+46-31-733-30-00

Europe
+49 (0) 8131-5956-0
Japan & Asia
+81-3-5979-8889

UK & Ireland
+44 (0)1353-654440
China
+86 (0)21-60561122





$T_{\text{case}}=25^{\circ}\text{C}$, $I_{\text{op}}=74.8\text{mA}$
Spectrum measured by CCS100.

Anexo II

Desenhos técnicos do elipsómetro.

- a) Peça para encaixe do PR01/M na mesa ótica métrica
- b) Eixo central para suporte da amostra
- c) Conjunto do motor com o suporte intermédio
- d) Braço metálico
- e) Suporte para o KM100BM
- f) KM100BM com a base removida
- g) Suporte para a amostra
- h) Suporte traseiro para a amostra

D

C

B

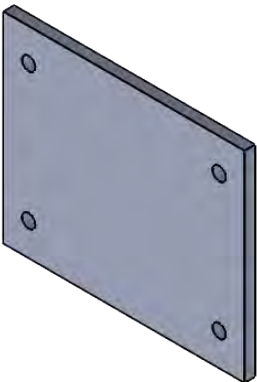
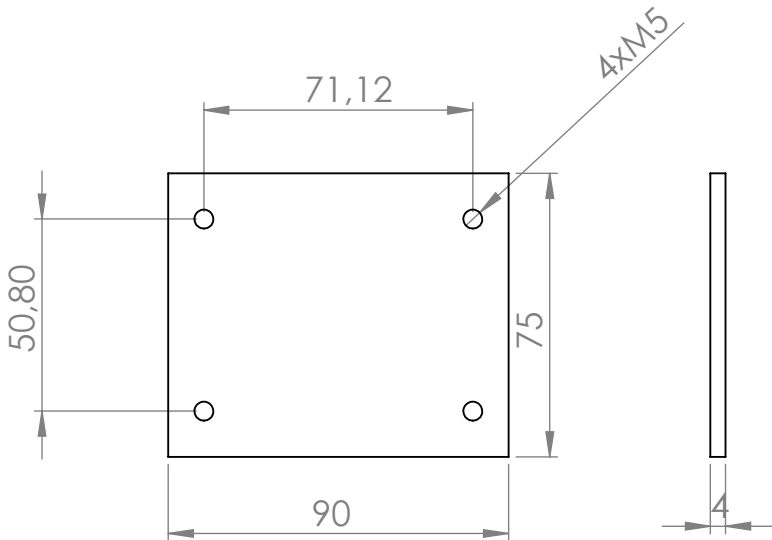
A

D

C

B

A



UNLESS OTHERWISE SPECIFIED: DIMENSIONS ARE IN MILLIMETERS SURFACE FINISH: TOLERANCES: LINEAR: ANGULAR:				FINISH:			DEBURR AND BREAK SHARP EDGES		DO NOT SCALE DRAWING		REVISION	
									8YgYb\cža cbhU[Ya Y'hgh'XY'i a` Y`]dgEa Yhfc i gubXc'c'dc Ufa Yhfc D5L) +%\$			
	NAME	SIGNATURE	DATE				TITLE: Peça para encaixe do PR01/M na mesa ótica métrica					
DRAWN	Filipe Velosa											
CHK'D												
APPV'D												
MFG												
Q.A					MATERIAL:		DWG NO. Anexo II a)					
					1060Alloy							
					WEIGHT:		SCALE:1:2				SHEET 1 OF 1	

6

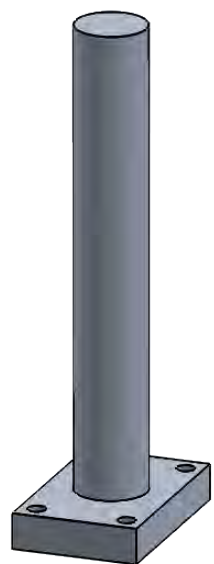
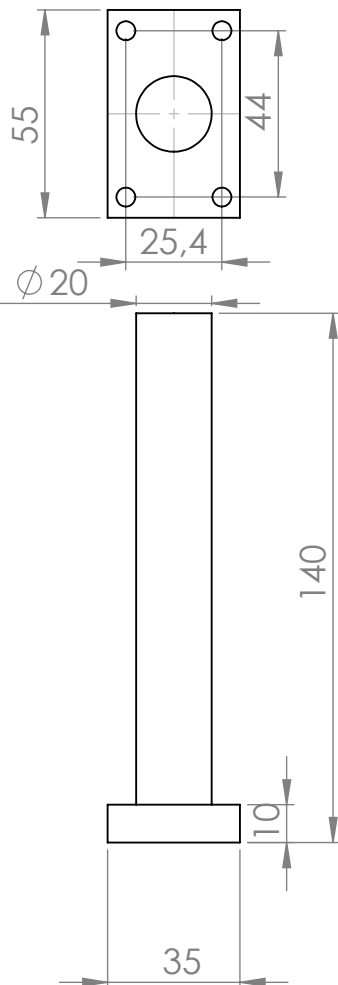
5

4

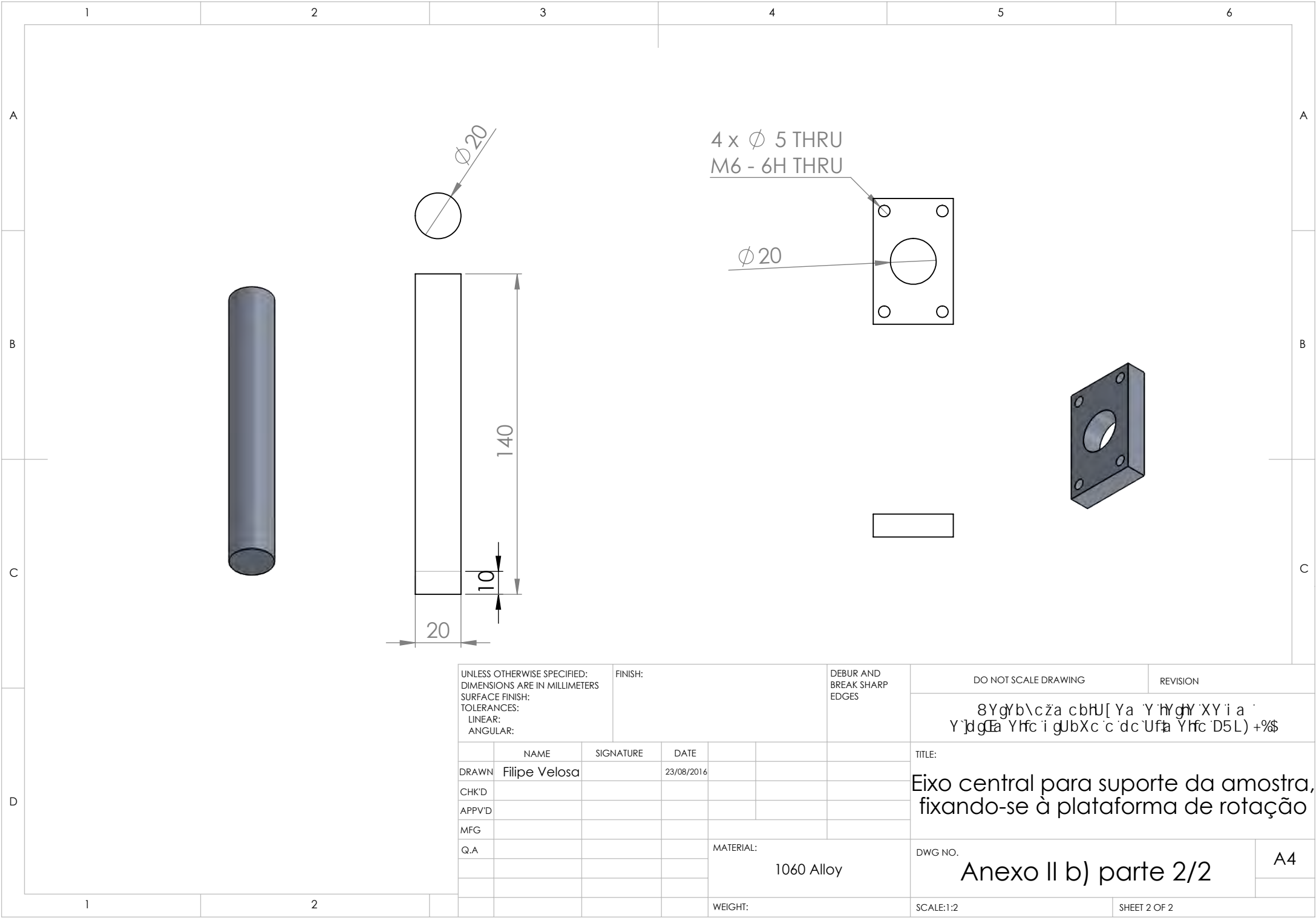
3

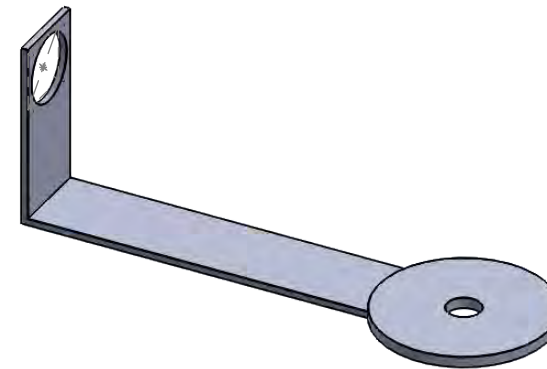
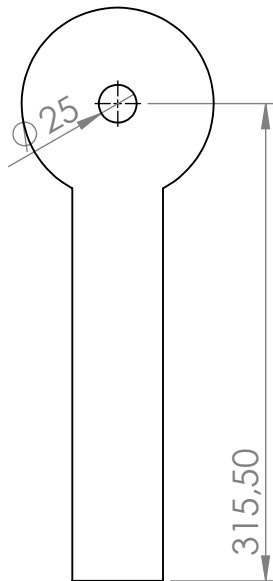
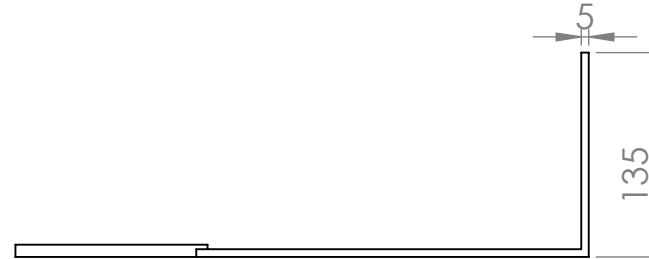
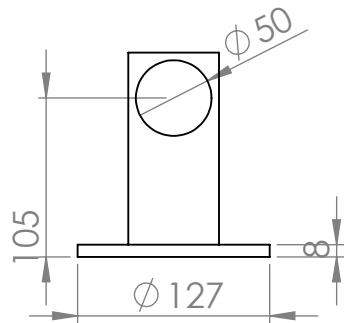
2

1

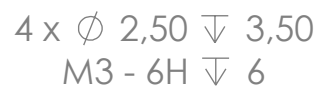


UNLESS OTHERWISE SPECIFIED: DIMENSIONS ARE IN MILLIMETERS SURFACE FINISH: TOLERANCES: LINEAR: ANGULAR:				FINISH:		DEBUR AND BREAK SHARP EDGES		DO NOT SCALE DRAWING		REVISION	
								8YgYb\cža cbhU[Ya Y'hgn XY i a` Y`dgTa Yhfc i gJbXc`c`dc`Ufa Yhfc D5L) +%\$			
	NAME	SIGNATURE	DATE			TITLE:					
DRAWN	Filipe Velosa		23/08/2016			Eixo central para suporte da amostra, fixando-se à plataforma de rotação					
CHK'D											
APPV'D											
MFG											
Q.A											
				MATERIAL:		1060 Alloy		DWG NO.		Anexo II b) parte1/2	
				WEIGHT:				SCALE:1:2		SHEET 1 OF 2	

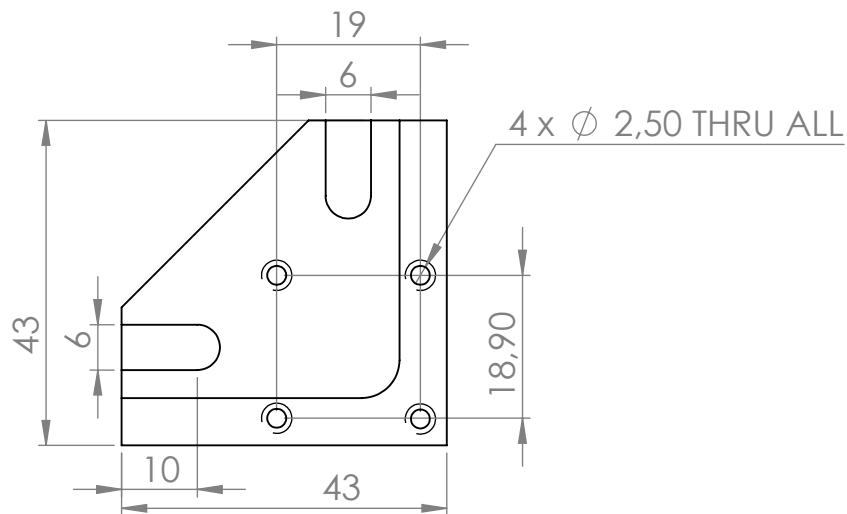
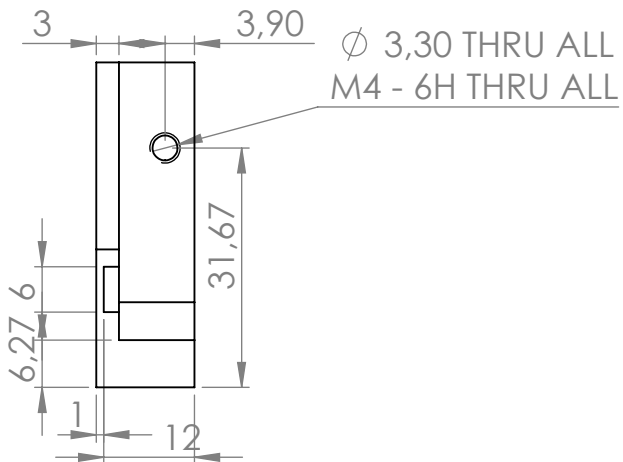




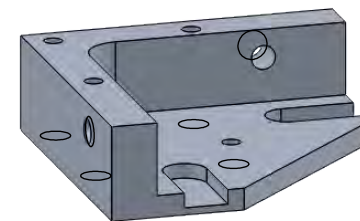
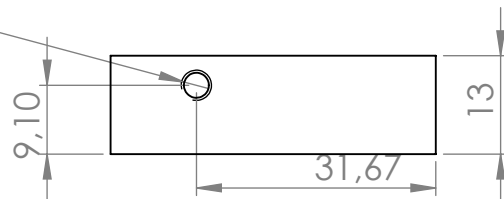
UNLESS OTHERWISE SPECIFIED: DIMENSIONS ARE IN MILLIMETERS SURFACE FINISH: TOLERANCES: LINEAR: ANGULAR:		FINISH:		DEBURR AND BREAK SHARP EDGES		DO NOT SCALE DRAWING		REVISION	
						8Yd\cža cbHJ[Ya `Y`h gY`XY`i a` Y`dgā Y`fc`i`gubXc`c`dc`Ufa Y`fc`D5L`)+%`			
	NAME	SIGNATURE	DATE			TITLE:			
DRAWN	Filipe Velosa					Braço metálico			
CHK'D									
APP'VD									
MFG									
Q.A				MATERIAL:		DWG NO.		A4	
				1060 Alloy		Anexo II d) parte 1/2			
				WEIGHT:		SCALE:1:5		SHEET 1 OF 1	



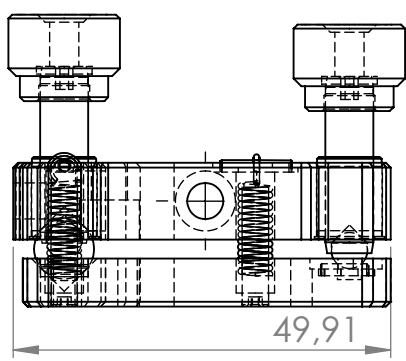
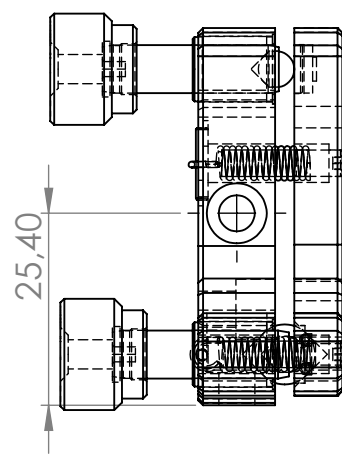
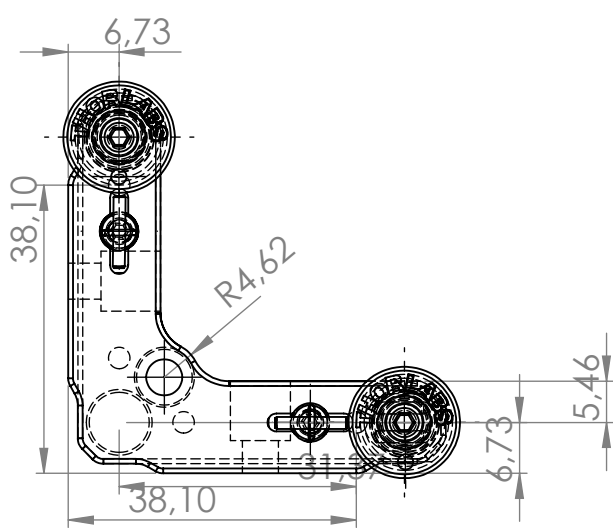
UNLESS OTHERWISE SPECIFIED: DIMENSIONS ARE IN MILLIMETERS SURFACE FINISH: TOLERANCES: LINEAR: ANGULAR:			FINISH:		DEBUR AND BREAK SHARP EDGES		DO NOT SCALE DRAWING		REVISION		
							8Yg\b\cža cbU[Ya `Y`h`n`YXYia` Y]dgEa Yhfc`i`gUbXc`c`dc`Ufa Yhfc`D5L`)+%\$				
	NAME	SIGNATURE	DATE			TITLE: Detalhe das alterações a realizar no braço					
DRAWN	Filipe Velosa										
CHK'D											
APPV'D											
MFG											
Q.A				MATERIAL:		DWG NO.				A4	
						Anexo II d) parte 2/2					
				WEIGHT:		SCALE:1:5			SHEET 1 OF 1		



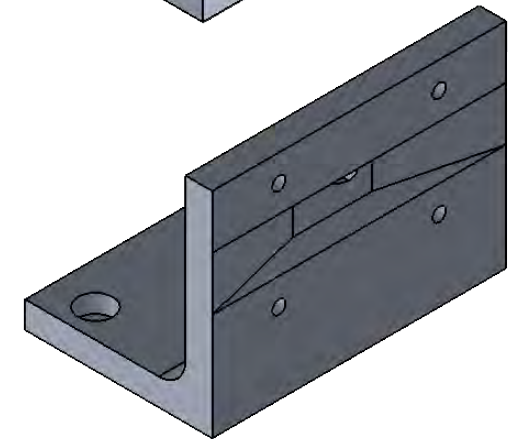
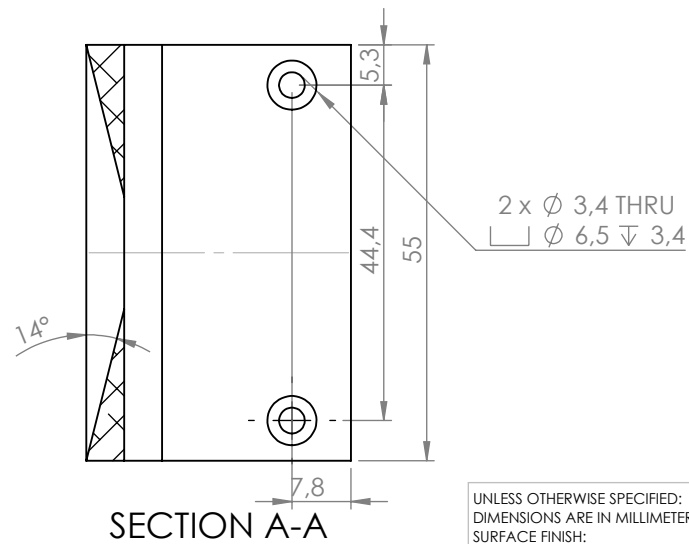
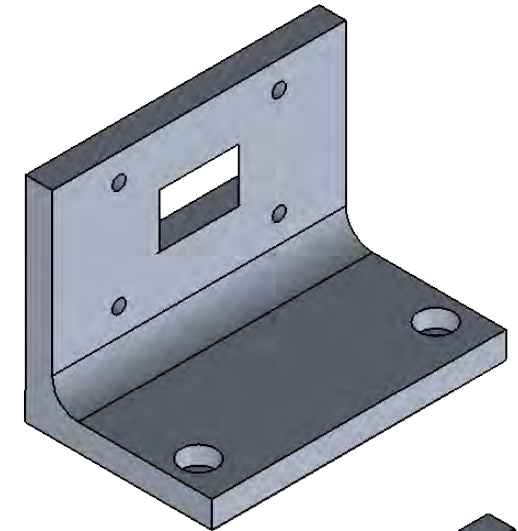
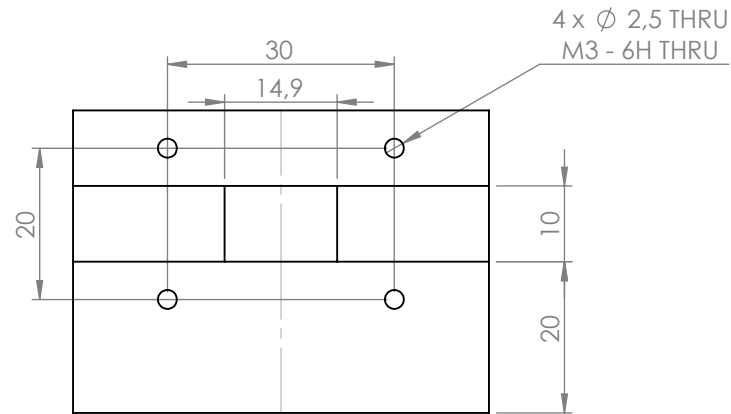
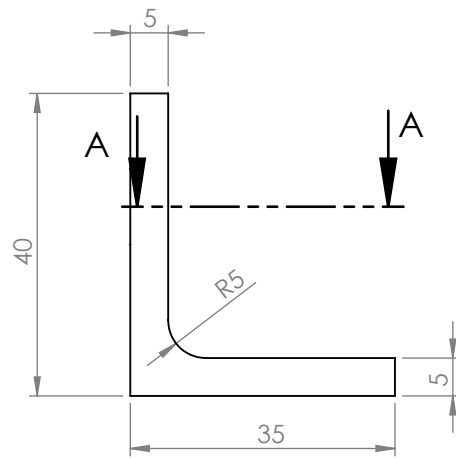
Ø 3,30 THRU ALL
M4 - 6H THRU ALL



UNLESS OTHERWISE SPECIFIED: DIMENSIONS ARE IN MILLIMETERS SURFACE FINISH: TOLERANCES: LINEAR: ANGULAR:				FINISH:			DEBURR AND BREAK SHARP EDGES		DO NOT SCALE DRAWING	REVISION
	NAME	SIGNATURE	DATE						TITLE: Parte superior do suporte para o KM100B/M	
DRAWN	Filipe Veloso									
CHK'D										
APPV'D										
MFG										
Q.A									DWG NO.	A4
							MATERIAL: 1060 Alloy		Anexo II e) - parte 1	
							WEIGHT:		SCALE:1:1	SHEET 1 OF 1



UNLESS OTHERWISE SPECIFIED: DIMENSIONS ARE IN MILLIMETERS SURFACE FINISH: TOLERANCES: LINEAR: ANGULAR:		FINISH:		DEBUR AND BREAK SHARP EDGES		DO NOT SCALE DRAWING		REVISION	
						8Yg\cža cbUJ[Ya 'Y'W gY'XY'i a ' Y'dgCa Yfc'i gUbXc'c'dc'Ufa Yfc'D5L) +%\$			
NAME		SIGNATURE		DATE		TITLE:			
DRAWN: Filipe Velosa						KM100B/M com base removida			
CHK'D									
APPV'D									
MFG									
Q.A				MATERIAL:		DWG NO.		Anexo II f)	
								A4	
				WEIGHT:		SCALE:1:1		SHEET 1 OF 1	



UNLESS OTHERWISE SPECIFIED:
DIMENSIONS ARE IN MILLIMETERS
SURFACE FINISH:
TOLERANCES:
LINEAR:
ANGULAR:

FINISH:

DEBUR AND
BREAK SHARP
EDGES

DO NOT SCALE DRAWING

REVISION

1

8Yg\c\za cbU[Ya 'Y h'g'XY i a
Y'jdg'a Yhc i gJbXc 'c' dc Ufa Yhc 'D5L) +%\$

	NAME	SIGNATURE	DATE		
DRAWN	Filipe Velosa		22/08/2016		
CHK'D					
APPV'D					
MFG					
Q.A					
				MATERIAL:	
				1060 Alloy	
				WEIGHT: 47.10	

TITLE:

Suporte para a amostra

DWG NO.

Anexo II g)

A4

SCALE:1:1

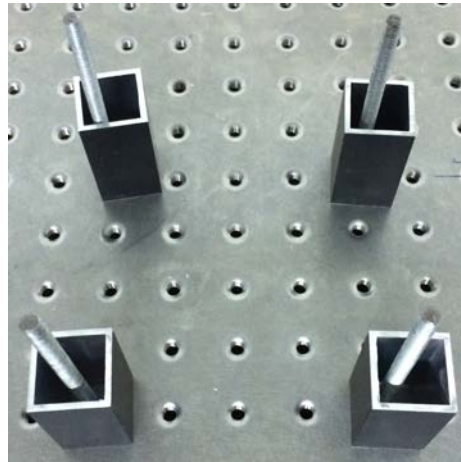
SHEET 1 OF 1

Anexo III

Passos de construção do elipsómetro.

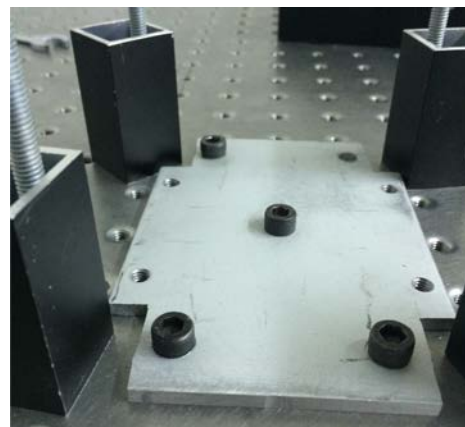
Passo 1 - Colocação do suporte para o motor.

1. Fixaram-se 4 varetas de alumínio em quatro pontos que permitiam a passagem nos furos passantes da estrutura do motor.
2. Colocação de suportes para manter o motor na altura correta.



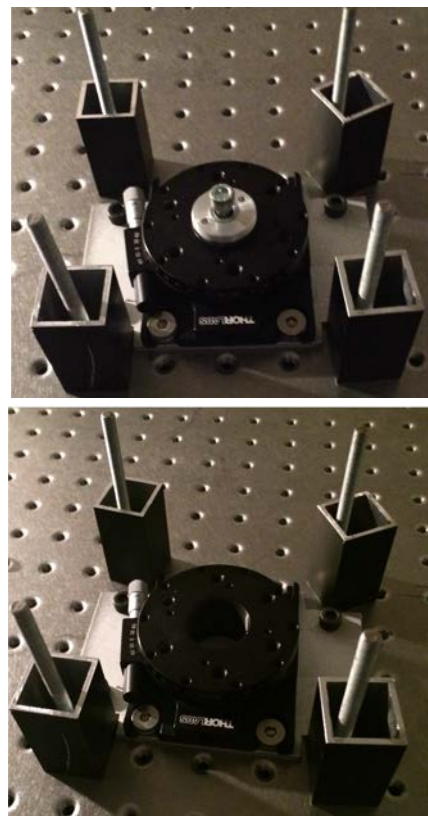
Passo 2 - Colocação do adaptador.

1. Alinhamento dos furos do adaptador com os da mesa ótica. Sem enroscar, colocar os parafusos em cada um dos furos.
2. Enroscar o parafuso central. Após este estar enroscado, fazer o mesmo para os restantes 4. Este procedimento garante o alinhamento da peça.
3. Retirar o parafuso central.

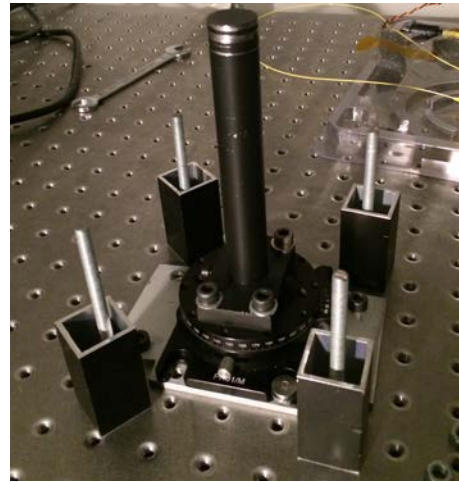


Passo 3 - Colocação do PR01/M

1. Com apoio de um parafuso comprido M6 e uma peça que enroscava na parte central deste, contendo um furo no seu centro, fixar este conjunto à mesa ótica. O parafuso irá enroscar no furo central usado anteriormente para centrar o adaptador.
2. Usando quatro parafusos M4, o PR01/M é fixado no adaptador.
3. Retirar o parafuso e peça de apoio.

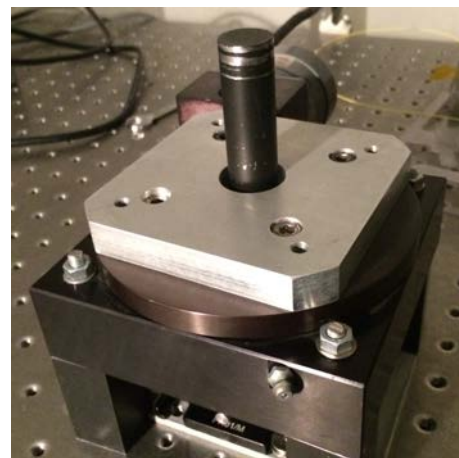


Passo 5 - Colocação do eixo central



Passo 6 - Colocação do motor.

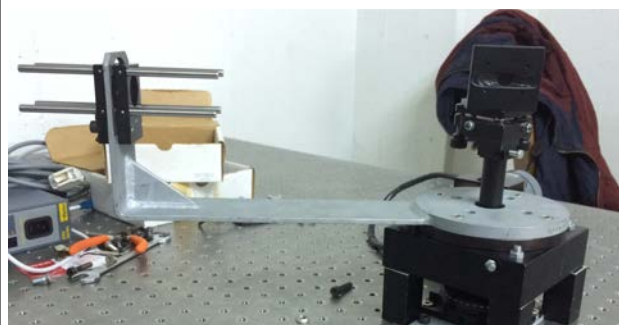
Com o devido cuidado para não embater no eixo central, encaixou-se o motor nas varetas, assente nos suportes. A estrutura do motor é fixada usando porcas que são enroscadas nas quatro varetas.



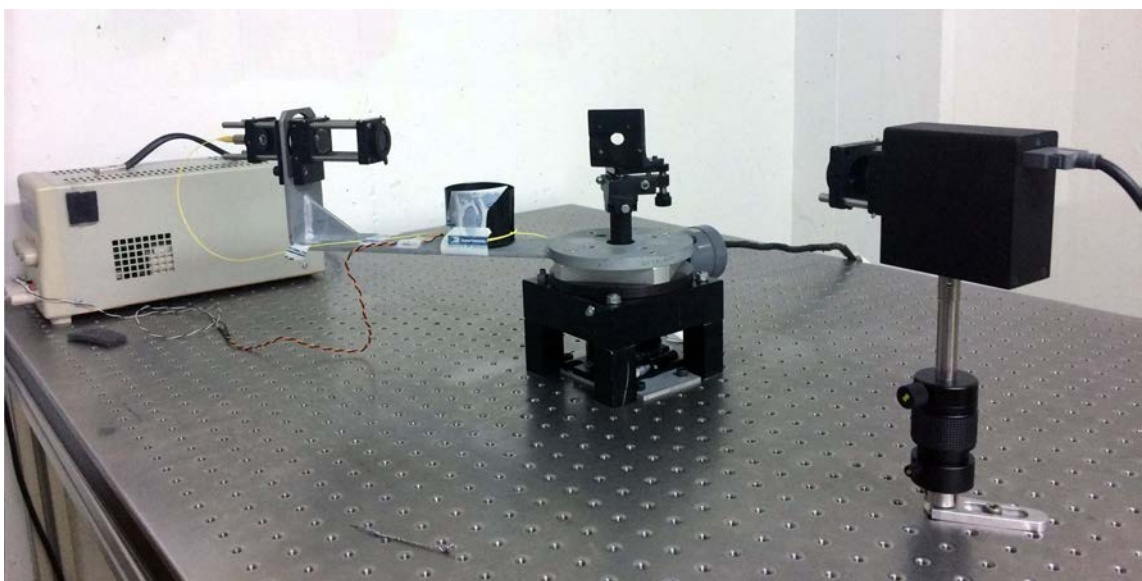
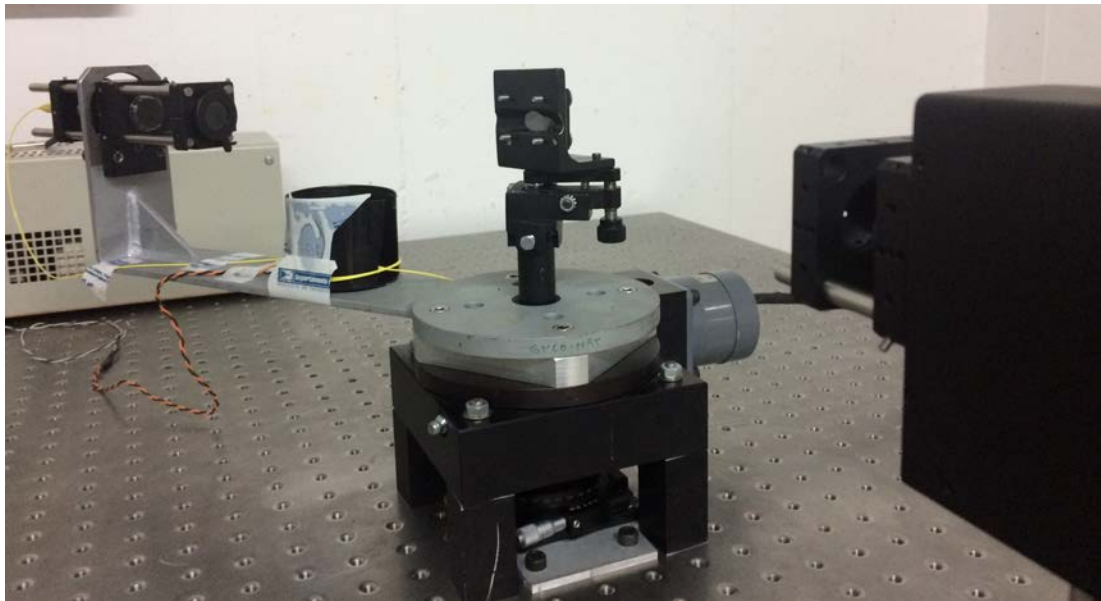
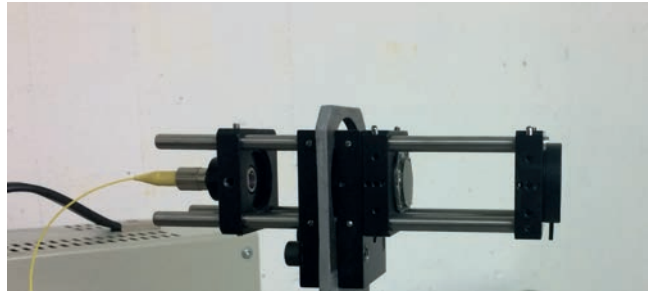
Passo 7 - Colocação do braço metálico.



Passo 8 - Encaixe do suporte para a amostras no eixo central



Passo 9 - Colocação dos componentes óticos e do laser no *fiberport*.
Posicionar e prender o polarimetro na mesa ótica.



Anexo IV

Ficheiro auxiliar criado em Mathematica® para o balanço de incertezas

In[1]:= ClearAll["Global`*"]

In[2]:= a1[n0_, n1_, a0_] := ArcSin $\left[\frac{n0}{n1} \sin[a0]\right];$

In[3]:= a2[n0_, n2_, a0_] := ArcSin $\left[\frac{n0}{n2} \sin[a0]\right];$

In[4]:= $\phi[\theta_, \eta_] := \text{ArcTan}[\text{Tan}[\theta \text{ Degree}] \times \text{Tan}[\eta \text{ Degree}]] + \text{ArcTan}\left[\frac{\text{Tan}[\eta \text{ Degree}]}{\text{Tan}[\theta \text{ Degree}]}\right] /; \theta >= 0$

$\phi[\theta_, \eta_] := \text{ArcTan}[\text{Tan}[\theta \text{ Degree}] \times \text{Tan}[\eta \text{ Degree}]] + \text{ArcTan}\left[\frac{\text{Tan}[\eta \text{ Degree}]}{\text{Tan}[\theta \text{ Degree}]}\right] + \pi /; (\theta < 0 \wedge \eta >= 0)$

$\phi[\theta_, \eta_] := \text{ArcTan}[\text{Tan}[\theta \text{ Degree}] \times \text{Tan}[\eta \text{ Degree}]] + \text{ArcTan}\left[\frac{\text{Tan}[\eta \text{ Degree}]}{\text{Tan}[\theta \text{ Degree}]}\right] - \pi /; (\theta < 0 \wedge \eta < 0);$

In[7]:= $d\phi\theta[\theta_, \eta_] = D\left[\text{ArcTan}[\text{Tan}[\theta \text{ Degree}] \times \text{Tan}[\eta \text{ Degree}]] + \text{ArcTan}\left[\frac{\text{Tan}[\eta \text{ Degree}]}{\text{Tan}[\theta \text{ Degree}]}\right], \theta\right];$

In[8]:= $d\phi\eta[\theta_, \eta_] = D\left[\text{ArcTan}[\text{Tan}[\theta \text{ Degree}] \times \text{Tan}[\eta \text{ Degree}]] + \text{ArcTan}\left[\frac{\text{Tan}[\eta \text{ Degree}]}{\text{Tan}[\theta \text{ Degree}]}\right], \eta\right];$

In[9]:= (*a constante em ϕ desaparece na derivada mas o programa não funcionava com a declaração anterior*)

In[10]:= $a[\theta_, \eta_] = \frac{1}{2} (1 + \text{Cos}[2 \theta \text{ Degree}] \times \text{Cos}[2 \eta \text{ Degree}]);$

In[11]:= $da\theta[\theta_, \eta_] = D[a[\theta, \eta], \theta];$

In[12]:= $da\eta[\theta_, \eta_] = D[a[\theta, \eta], \eta];$

In[13]:= $\rho[\theta i_, \eta i_, \theta r_, \eta r_] := \frac{\frac{\sqrt{ar}}{\sqrt{ai}}}{\frac{\sqrt{1-ar}}{\sqrt{1-ai}}} \times e^{i(\phi i - \phi r)};$

In[14]:= $d\theta ai[\theta i_, \eta i_, \theta r_, \eta r_] = D[\rho[\theta i, \eta i, \theta r, \eta r], ai];$

In[15]:= $d\theta ar[\theta i_, \eta i_, \theta r_, \eta r_] = D[\rho[\theta i, \eta i, \theta r, \eta r], ar];$

In[16]:= $d\theta \phi i[\theta i_, \eta i_, \theta r_, \eta r_] = D[\rho[\theta i, \eta i, \theta r, \eta r], \phi i];$

In[17]:= $d\theta \phi r[\theta i_, \eta i_, \theta r_, \eta r_] = D[\rho[\theta i, \eta i, \theta r, \eta r], \phi r];$

Espessura

In[18]:= $t[n0_, n1_, n2_, a0_, \rho Re_, \rho Im_, \lambda_] := \frac{1}{4 \pi n1} \text{Log}[xRe + i xIm] i \lambda \text{Sec}\left[\text{ArcSin}\left[\frac{n0}{n1} \sin[a0]\right]\right];$

In[19]:= $DtXRe[n0_, n1_, n2_, a0_, \rho Re_, \rho Im_] = D[t[n0, n1, n2, a0, \rho Re, \rho Im, \lambda], xRe];$

In[20]:= $DtXIm[n0_, n1_, n2_, a0_, \rho Re_, \rho Im_] = D[t[n0, n1, n2, a0, \rho Re, \rho Im, \lambda], xIm];$

In[21]:= $Dta0[n0_, n1_, n2_, a0_, \rho Re_, \rho Im_] = D[t[n0, n1, n2, a0, \rho Re, \rho Im, \lambda], a0];$

X

In[22]:= $XIneg[n0_, n1_, n2_, a0_, \rho Re_, \rho Im_] :=$
 $(-b[n0, n1, n2, a0] + i e[n0, n1, n2, a0] \rho Im + e[n0, n1, n2, a0] \rho Re -$
 $\sqrt{(b[n0, n1, n2, a0] - i e[n0, n1, n2, a0] \rho Im - e[n0, n1, n2, a0] \rho Re)^2 -$
 $4(a[n0, n1, a0] - i d[n0, n1, a0] \rho Im - d[n0, n1, a0] \rho Re)$
 $(c[n0, n1, n2, a0] - i f[n0, n1, n2, a0] \rho Im - f[n0, n1, n2, a0] \rho Re)))/$
 $(2(c[n0, n1, n2, a0] - i f[n0, n1, n2, a0] \rho Im - f[n0, n1, n2, a0] \rho Re));$

```

In[23]:= Xlpos[n0_, n1_, n2_, a0_, ρRe_, ρIm_] :=
  (-b[n0, n1, n2, a0] + i e[n0, n1, n2, a0] ρIm + e[n0, n1, n2, a0] ρRe +
    √((b[n0, n1, n2, a0] - i e[n0, n1, n2, a0] ρIm - e[n0, n1, n2, a0] ρRe)² -
      4 (a[n0, n1, a0] - i d[n0, n1, a0] ρIm - d[n0, n1, a0] ρRe)
      (c[n0, n1, n2, a0] - i f[n0, n1, n2, a0] ρIm - f[n0, n1, n2, a0] ρRe))) /
    (2 (c[n0, n1, n2, a0] - i f[n0, n1, n2, a0] ρIm - f[n0, n1, n2, a0] ρRe));

In[24]:= X[n0_, n1_, n2_, a0_, ρRe_, ρIm_] := {Xlpos[n0, n1, n2, a0, ρRe, ρIm], Xlneg[n0, n1, n2, a0, ρRe, ρIm]};

In[25]:= xRe = Re[X[n0, n1, n2, a0, ρRe, ρIm]];

In[26]:= xIm = Im[X[n0, n1, n2, a0, ρRe, ρIm]];

In[27]:= XlnegRe[n0_, n1_, n2_, a0_, ρRe_, ρIm_] := ComplexExpand[Re[Xlneg[n0, n1, n2, a0, ρRe, ρIm]]];

In[28]:= XlnegIm[n0_, n1_, n2_, a0_, ρRe_, ρIm_] := ComplexExpand[Im[Xlneg[n0, n1, n2, a0, ρRe, ρIm]]];

In[29]:= XlposRe[n0_, n1_, n2_, a0_, ρRe_, ρIm_] := ComplexExpand[Re[Xlpos[n0, n1, n2, a0, ρRe, ρIm]]];

In[30]:= XlposIm[n0_, n1_, n2_, a0_, ρRe_, ρIm_] := ComplexExpand[Im[Xlpos[n0, n1, n2, a0, ρRe, ρIm]]];

In[31]:= dXlnega[n0_, n1_, n2_, a0_, ρRe_, ρIm_] = D[Xlneg[n0, n1, n2, a0, ρRe, ρIm], a[n0, n1, a0]];

In[32]:= DXlnegb[n0_, n1_, n2_, a0_, ρRe_, ρIm_] = D[Xlneg[n0, n1, n2, a0, ρRe, ρIm], b[n0, n1, n2, a0]];

In[33]:= DXlnegc[n0_, n1_, n2_, a0_, ρRe_, ρIm_] = D[Xlneg[n0, n1, n2, a0, ρRe, ρIm], c[n0, n1, n2, a0]];

In[34]:= DXlnegd[n0_, n1_, n2_, a0_, ρRe_, ρIm_] = D[Xlneg[n0, n1, n2, a0, ρRe, ρIm], d[n0, n1, a0]];

In[35]:= DXlnege[n0_, n1_, n2_, a0_, ρRe_, ρIm_] = D[Xlneg[n0, n1, n2, a0, ρRe, ρIm], e[n0, n1, n2, a0]];

In[36]:= DXlnegf[n0_, n1_, n2_, a0_, ρRe_, ρIm_] = D[Xlneg[n0, n1, n2, a0, ρRe, ρIm], f[n0, n1, n2, a0]];

In[37]:= DXlnegPre[n0_, n1_, n2_, a0_, ρRe_, ρIm_] = D[Xlneg[n0, n1, n2, a0, ρRe, ρIm], ρRe];

In[38]:= DXlnegPim[n0_, n1_, n2_, a0_, ρRe_, ρIm_] = D[Xlneg[n0, n1, n2, a0, ρRe, ρIm], ρIm];

In[39]:= dXlposa[n0_, n1_, n2_, a0_, ρRe_, ρIm_] = D[Xlneg[n0, n1, n2, a0, ρRe, ρIm], a[n0, n1, a0]];

In[40]:= DXlposb[n0_, n1_, n2_, a0_, ρRe_, ρIm_] = D[Xlneg[n0, n1, n2, a0, ρRe, ρIm], b[n0, n1, n2, a0]];

In[41]:= DXlposc[n0_, n1_, n2_, a0_, ρRe_, ρIm_] = D[Xlneg[n0, n1, n2, a0, ρRe, ρIm], c[n0, n1, n2, a0]];

In[42]:= DXlposd[n0_, n1_, n2_, a0_, ρRe_, ρIm_] = D[Xlneg[n0, n1, n2, a0, ρRe, ρIm], d[n0, n1, a0]];

In[43]:= DXlpose[n0_, n1_, n2_, a0_, ρRe_, ρIm_] = D[Xlneg[n0, n1, n2, a0, ρRe, ρIm], e[n0, n1, n2, a0]];

In[44]:= DXlposf[n0_, n1_, n2_, a0_, ρRe_, ρIm_] = D[Xlneg[n0, n1, n2, a0, ρRe, ρIm], f[n0, n1, n2, a0]];

In[45]:= DXlposPre[n0_, n1_, n2_, a0_, ρRe_, ρIm_] = D[Xlneg[n0, n1, n2, a0, ρRe, ρIm], ρRe];

In[46]:= DXlposPim[n0_, n1_, n2_, a0_, ρRe_, ρIm_] = D[Xlneg[n0, n1, n2, a0, ρRe, ρIm], ρIm];

```

Coeficientes ABC

```

In[47]:= a[n0_, n1_, a0_] := r01p[n0, n1, a0];

In[48]:= Da[n0_, n1_, a0_] = D[a[n0, n1, a0], r01p[n0, n1, a0]];

In[49]:= b[n0_, n1_, n2_, a0_] := r12p[n0, n1, n2, a0] + r01p[n0, n1, a0] × r01s[n0, n1, a0] × r12s[n0, n1, n2, a0];

In[50]:= Dbr01p[n0_, n1_, n2_, a0_] = D[b[n0, n1, n2, a0], r01p[n0, n1, a0]];

In[51]:= Dbr12p[n0_, n1_, n2_, a0_] = D[b[n0, n1, n2, a0], r12p[n0, n1, n2, a0]];

```

```

In[52]:= Dbr01s[n0_, n1_, n2_, a0_] = D[b[n0, n1, n2, a0], r01s[n0, n1, a0]];

In[53]:= Dbr12s[n0_, n1_, n2_, a0_] = D[b[n0, n1, n2, a0], r12s[n0, n1, n2, a0]];

In[54]:= c[n0_, n1_, n2_, a0_] := r12p[n0, n1, n2, a0] × r12s[n0, n1, n2, a0] × r01s[n0, n1, a0];

In[55]:= Dcr12p[n0_, n1_, n2_, a0_] = D[c[n0, n1, n2, a0], r12p[n0, n1, n2, a0]];

In[56]:= Dcr01s[n0_, n1_, n2_, a0_] = D[c[n0, n1, n2, a0], r01s[n0, n1, a0]];

In[57]:= Dcr12s[n0_, n1_, n2_, a0_] = D[c[n0, n1, n2, a0], r12s[n0, n1, n2, a0]];

In[58]:= d[n0_, n1_, a0_] := r01s[n0, n1, a0];

In[59]:= Dd[n0_, n1_, a0_] = D[d[n0, n1, a0], r01s[n0, n1, a0]];

In[60]:= e[n0_, n1_, n2_, a0_] := r12s[n0, n1, n2, a0] + r01p[n0, n1, a0] × r01s[n0, n1, a0] × r12p[n0, n1, n2, a0];

In[61]:= Der01p[n0_, n1_, n2_, a0_] = D[e[n0, n1, n2, a0], r01p[n0, n1, a0]];

In[62]:= Der12p[n0_, n1_, n2_, a0_] = D[e[n0, n1, n2, a0], r12p[n0, n1, n2, a0]];

In[63]:= Der01s[n0_, n1_, n2_, a0_] = D[e[n0, n1, n2, a0], r01s[n0, n1, a0]];

In[64]:= Der12s[n0_, n1_, n2_, a0_] = D[e[n0, n1, n2, a0], r12s[n0, n1, n2, a0]];

In[65]:= f[n0_, n1_, n2_, a0_] := r01p[n0, n1, a0] × r12p[n0, n1, n2, a0] × r12s[n0, n1, n2, a0];

In[66]:= Dfr01p[n0_, n1_, n2_, a0_] = D[f[n0, n1, n2, a0], r01p[n0, n1, a0]];

In[67]:= Dfr12p[n0_, n1_, n2_, a0_] = D[f[n0, n1, n2, a0], r12p[n0, n1, n2, a0]];

In[68]:= Dfr12s[n0_, n1_, n2_, a0_] = D[f[n0, n1, n2, a0], r12s[n0, n1, n2, a0]];
    
```

Coeficientes de Fresnel

```

In[69]:= r01p[n0_, n1_, a0_] := 
$$\frac{n1 \cos[a0] - n0 \cos[a1[n0, n1, a0]]}{n0 \cos[a1[n0, n1, a0]] + n1 \cos[a0]}$$
;

In[70]:= r12p[n0_, n1_, n2_, a0_] := 
$$(n2 \cos[a1[n0, n1, a0]] - n1 \cos[a2[n0, n2, a0]]) / (n2 \cos[a1[n0, n1, a0]] + n1 \cos[a2[n0, n2, a0]]);$$


In[71]:= r01s[n0_, n1_, a0_] := 
$$\frac{n0 \cos[a0] - n1 \cos[a1[n0, n1, a0]]}{n0 \cos[a0] + n1 \cos[a1[n0, n1, a0]]}$$
;

In[72]:= r12s[n0_, n1_, n2_, a0_] := 
$$(n1 \cos[a1[n0, n1, a0]] - n2 \cos[a2[n0, n2, a0]]) / (n1 \cos[a1[n0, n1, a0]] + n2 \cos[a2[n0, n2, a0]]);$$


In[73]:= Dr01p[n0_, n1_, a0_] = D[r01p[n0, n1, a0], a0];

In[74]:= Dr12p[n0_, n1_, n2_, a0_] = D[r12p[n0, n1, n2, a0], a0];

In[75]:= Dr01s[n0_, n1_, a0_] = D[r01s[n0, n1, a0], a0];

In[76]:= Dr12s[n0_, n1_, n2_, a0_] = D[r12s[n0, n1, n2, a0], a0];
    
```

X negativo - não usado neste documento.

```

In[77]:= DXlnega0[n0_, n1_, n2_, a0_, ρRe_, ρIm_] = D[Xlneg[n0, n1, n2, a0, ρRe, ρIm], a0];

In[78]:= DXlnegρRe[n0_, n1_, n2_, a0_, ρRe_, ρIm_] = D[Xlneg[n0, n1, n2, a0, ρRe, ρIm], ρRe];

In[79]:= DXlnegρIm[n0_, n1_, n2_, a0_, ρRe_, ρIm_] = D[Xlneg[n0, n1, n2, a0, ρRe, ρIm], ρIm];

In[80]:= DXlposa0[n0_, n1_, n2_, a0_, ρRe_, ρIm_] = D[Xlpos[n0, n1, n2, a0, ρRe, ρIm], a0];
    
```

```
In[81]:= DXlposρRe[n0_, n1_, n2_, a0_, ρRe_, ρIm_] = D[Xlpos[n0, n1, n2, a0, ρRe, ρIm], ρRe];
```

```
In[82]:= DXlposρIm[n0_, n1_, n2_, a0_, ρRe_, ρIm_] = D[Xlpos[n0, n1, n2, a0, ρRe, ρIm], ρIm];
```

```
In[83]:=
```

Amostra de Si em SiO₂ - LOLS@FCUL

```
In[84]:= n0 = 1; n1 = 1.4563; n2 = 3.8325 - 0.014 i; a0 = 70 Degree;
λ = 658.2; θi = 71.6646; ηi = -0.4557; θr = -87.0401; ηr = -1.6451;
```

Calculo das grandezas intermédias

Parametros geométricos

```
In[85]:= ai = a[θi, ηi]
```

```
Out[85]= 0.0990107
```

```
In[86]:= φi = φ[θi, ηi]
```

```
Out[86]= -0.0266311
```

```
In[87]:= ar = a[θr, ηr]
```

```
Out[87]= 0.00348616
```

```
In[88]:= φr = φ[θr, ηr]
```

```
Out[88]= -2.63309
```

```
In[89]:= ρ[θi, ηi, θr, ηr]
```

```
Out[89]= -0.153479 + 0.0909884 i
```

```
In[90]:= daθ[θi, ηi]
```

```
Out[90]= -0.0104221
```

```
In[91]:= dan[θi, ηi]
```

```
Out[91]= -0.000222671
```

```
In[92]:= daθ[θr, ηr]
```

```
Out[92]= 0.0017971
```

```
In[93]:= dan[θr, ηr]
```

```
Out[93]= -0.00099636
```

```
In[94]:= dφθ[θi, ηi]
```

```
Out[94]= -0.00124789
```

```
In[95]:= dφη[θi, ηi]
```

```
Out[95]= 0.0584221
```

```
In[96]:= dφθ[θr, ηr]
```

```
Out[96]= -0.143166
```

In[97]:= $d\phi\eta[\theta r, \eta r]$

Out[97]= -0.259076

Equação elipsométrica

In[98]:= $\rho[\theta i, \eta i, \theta r, \eta r]$

Out[98]= -0.153479 + 0.0909884 i

In[99]:= $\rho Re = Re[\rho[\theta i, \eta i, \theta r, \eta r]]$

Out[99]= -0.153479

In[100]:= $\rho Im = Im[\rho[\theta i, \eta i, \theta r, \eta r]]$

Out[100]= 0.0909884

In[101]:= $d\rho ai[\theta i, \eta i, \theta r, \eta r]$

Out[101]= 0.860237 - 0.509982 i

In[102]:= $d\rho ar[\theta i, \eta i, \theta r, \eta r]$

Out[102]= -22.0896 + 13.0956 i

In[103]:= $d\rho\phi i[\theta i, \eta i, \theta r, \eta r]$

Out[103]= -0.0909884 - 0.153479 i

In[104]:= $d\rho\phi r[\theta i, \eta i, \theta r, \eta r]$

Out[104]= 0.0909884 + 0.153479 i

Coeficientes de Fresnel

In[105]:= $\{r01p[n0, n1, a0], r01s[n0, n1, a0], r12p[n0, n1, n2, a0], r12s[n0, n1, n2, a0]\}$

Out[105]= {-0.210673, -0.529733, 0.349343 - 0.00150101 i, -0.539133 + 0.00137846 i}

In[106]:= $Dr01p[n0, n1, a0]$

Out[106]= -1.1887

In[107]:= $Dr12p[n0, n1, n2, a0]$

Out[107]= -0.103763 - 0.0000445063 i

In[108]:= $Dr01s[n0, n1, a0]$

Out[108]= -0.894849

In[109]:= $Dr12s[n0, n1, n2, a0]$

Out[109]= -0.0838339 - 0.000111483 i

Coeficientes ABC

In[110]:= $\{a[n0, n1, a0], b[n0, n1, n2, a0], c[n0, n1, n2, a0], d[n0, n1, a0], e[n0, n1, n2, a0], f[n0, n1, n2, a0]\}$

Out[110]= {-0.210673, 0.289175 - 0.00134717 i, 0.0997701 - 0.000683777 i, -0.529733, -0.500147 + 0.00121094 i, 0.0396782 - 0.000271936 i}


```
In[111]:= Da[n0, n1, a0]
```

```
Out[111]= 1
```

```
In[112]:= Dbr01p[n0, n1, n2, a0]
```

```
Out[112]= 0.285597 - 0.000730214 i
```

```
In[113]:= Dbr12p[n0, n1, n2, a0]
```

```
Out[113]= 1
```

```
In[114]:= Dbr01s[n0, n1, n2, a0]
```

```
Out[114]= 0.113581 - 0.000290403 i
```

```
In[115]:= Dbr12s[n0, n1, n2, a0]
```

```
Out[115]= 0.1116
```

```
In[116]:= Dcr12p[n0, n1, n2, a0]
```

```
Out[116]= 0.285597 - 0.000730214 i
```

```
In[117]:= Dcr01s[n0, n1, n2, a0]
```

```
Out[117]= -0.18834 + 0.0012908 i
```

```
In[118]:= Dcr12s[n0, n1, n2, a0]
```

```
Out[118]= -0.185059 + 0.000795133 i
```

```
In[119]:= Dd[n0, n1, a0]
```

```
Out[119]= 1
```

```
In[120]:= Der01p[n0, n1, n2, a0]
```

```
Out[120]= -0.185059 + 0.000795133 i
```

```
In[121]:= Der12p[n0, n1, n2, a0]
```

```
Out[121]= 0.1116
```

```
In[122]:= Der01s[n0, n1, n2, a0]
```

```
Out[122]= -0.073597 + 0.000316221 i
```

```
In[123]:= Der12s[n0, n1, n2, a0]
```

```
Out[123]= 1
```

```
In[124]:= Dfr01p[n0, n1, n2, a0]
```

```
Out[124]= -0.18834 + 0.0012908 i
```

```
In[125]:= Dfr12p[n0, n1, n2, a0]
```

```
Out[125]= 0.113581 - 0.000290403 i
```

```
In[126]:= Dfr12s[n0, n1, n2, a0]
```

```
Out[126]= -0.073597 + 0.000316221 i
```

X positivo

Antes de avançar no cálculo das incertezas de X, verificar se o módulo de X correto ($|x| = 1$) é o positivo ou o negativo (sinal resultante da formula resolvente + ou -, respetivamente) e fazer as contas seguintes com a opção correta. Basta substituir, nas equações seguintes, a expressão "pos" ou "neg" pela correta.

In[127]:= **X[n0, n1, n2, a0, ρRe, ρIm]**

Out[127]= {0.929604 - 0.209796 i, -2.91716 - 0.290641 i}

Atenção! Verificar qual tem modulo = 1 e selecionar, usando o cálculo abaixo e sabendo que {Xpos, Xneg}

In[128]:= **Abs[X[n0, n1, n2, a0, ρRe, ρIm]]**

Out[128]= {0.952984, 2.93161}

In[129]:= **dXlposa[n0, n1, n2, a0, ρRe, ρIm]**

Out[129]= 2.45317 + 0.0489007 i

In[130]:= **DXlposb[n0, n1, n2, a0, ρRe, ρIm]**

Out[130]= -7.14209 - 0.855643 i

In[131]:= **DXlposc[n0, n1, n2, a0, ρRe, ρIm]**

Out[131]= 20.586 + 4.57184 i

In[132]:= **DXlposd[n0, n1, n2, a0, ρRe, ρIm]**

Out[132]= 0.38096 - 0.215705 i

In[133]:= **DXlpose[n0, n1, n2, a0, ρRe, ρIm]**

Out[133]= -1.17402 + 0.518524 i

In[134]:= **DXlposf[n0, n1, n2, a0, ρRe, ρIm]**

Out[134]= 3.5755 - 1.1714 i

In[135]:= **DXlposPre[n0, n1, n2, a0, ρRe, ρIm]**

Out[135]= -3.09166 - 0.569198 i

In[136]:= **DXlposPim[n0, n1, n2, a0, ρRe, ρIm]**

Out[136]= 0.569198 - 3.09166 i

Espessura

Calculo da espessura do filme

In[137]:= **t[n0, n1, n2, a0, ρRe, ρIm, λ]**

Out[137]= {10.4498 - 2.26718 i, 143.227 + 50.6356 i}

In[138]:= **Dta0[n0, n1, n2, a0, ρRe, ρIm]**

Out[138]= {2.71331 - 0.588679 i, 37.1892 + 13.1476 i}

In[139]:= **DtXRe[n0, n1, n2, a0, ρRe, ρIm]**

Out[139]= {-10.8755 + 48.1894 i, -1.5921 - 15.9799 i}

```
In[140]:= DtXIm[n0, n1, n2, a0, ρRe, ρIm]
```

```
Out[140]= {-48.1894 - 10.8755 i, 15.9799 - 1.5921 i}
```

Anexo V

Exemplo de balanço de incertezas para medidas realizadas no LOLS.

Dados usados para o balanço de incertezas

Para as variáveis

θ_i (°)	7,17E+01
ε_i (°)	-4,56E-01
θ_r (°)	-8,70E+01
ε_r (°)	-1,65E+00
a_i (rad)	9,90E-02
ϕ_i (rad)	-2,66E-02
a_r (rad)	3,49E-03
ϕ_r (rad)	2,63E+00
ρ_{Re}	-1,53E-01
ρ_{Im}	9,10E-02
r_{01p}	-2,11E-01
α_0 (°)	7,000E+01

r_{01s}	-5,30E-01
r_{12p}	3,49E-01
r_{12s}	-5,39E-01
a	-2,11E-01
b	2,89E-01
c	9,98E-02
d	-5,30E-01
e	-5,00E-01
f	3,97E-02
$Re\{X\}$	9,30E-01
$Im\{X\}$	-2,10E-01
d (nm)	1,04E+01

Coefficientes de sensibilidade

d_{ai}/d_{θ}	-1,04E-02
d_{ai}/d_{ε}	-2,23E-04
d_{ar}/d_{θ}	1,80E-03
d_{ar}/d_{ε}	-9,96E-04
d_{ϕ_i}/d_{θ}	-1,25E-03
$d_{\phi_i}/d_{\varepsilon}$	5,84E-02
d_{ϕ_r}/d_{θ}	-1,43E-01
$d_{\phi_r}/d_{\varepsilon}$	-2,59E-01
d_{pRe}/d_{a_i}	8,60E-01
d_{pRe}/d_{a_r}	-2,21E+01
d_{pRe}/d_{ϕ_i}	-9,10E-02
d_{pRe}/d_{ϕ_r}	9,10E-02
d_{pIm}/d_{a_i}	-5,10E-01
d_{pIm}/d_{a_r}	1,31E+01
d_{pIm}/d_{ϕ_i}	-1,53E-01
d_{pIm}/d_{ϕ_r}	1,53E-01
$d_{r_{01p}}/d_a$	-1,19E+00
$d_{r_{01s}}/d_a$	-1,04E-01
$d_{r_{12p}}/d_a$	-8,95E-01

$d_{r_{12s}}/d_a$	-8,38E-02
$d_a/d_{r_{01p}}$	1,00E+00
$d_b/d_{r_{01p}}$	2,86E-01
$d_b/d_{r_{12p}}$	1,00E+00
$d_b/d_{r_{01s}}$	1,14E-01
$d_b/d_{r_{12s}}$	1,12E-01
$d_c/d_{r_{12p}}$	2,86E-01
$d_c/d_{r_{01s}}$	-1,88E-01
$d_c/d_{r_{12s}}$	-1,85E-01
$d_{d/vr_{01s}}$	1,00E+00
$d_e/d_{r_{01p}}$	-8,51E-01
$d_e/d_{r_{12p}}$	1,12E-01
$d_e/d_{r_{01s}}$	-7,36E-02
$d_e/d_{r_{12s}}$	1,00E+00
$d_f/d_{r_{01p}}$	-1,88E-01
$d_f/d_{r_{12p}}$	1,14E-01
$d_f/d_{r_{12s}}$	-7,36E-02
$d_{Re\{X\}}/d_a$	2,45E+00
$d_{Re\{X\}}/d_b$	-7,14E+00

$d_{Re\{X\}}/d_c$	2,06E+01
$d_{Re\{X\}}/d_d$	3,81E-01
$d_{Re\{X\}}/d_e$	-1,17E+00
$d_{Re\{X\}}/d_f$	3,58E+00
$d_{Re\{X\}}/d_{pRe}$	-3,09E+00
$d_{Re\{X\}}/d_{pIm}$	5,69E-01
$d_{Im\{X\}}/d_a$	4,89E-02
$d_{Im\{X\}}/d_b$	-8,56E-01
$d_{Im\{X\}}/d_c$	4,57E+00
$d_{Im\{X\}}/d_d$	-2,16E-01
$d_{Im\{X\}}/d_e$	5,19E-01
$d_{Im\{X\}}/d_f$	-1,17E+00
$d_{Im\{X\}}/d_{pRe}$	-5,69E-01
$d_{Im\{X\}}/d_{pIm}$	-3,09E+00
d_{d/d_a}	2,71E+00
$d_t/d_{Re\{X\}}$	-1,09E+01
$d_t/d_{Im\{X\}}$	-4,82E+01

Desvio padrão das medidas (σ)

θ_r (rad)	3,91E-04
ε_r (rad)	8,28E-04

Balanço de incerteza para a e φ do feixe incidente

a

Grandeza	Valor	Un.	Fonte	Processo Avaliação	Valor da componente	Un.	Tipo de avaliação	Divisor	Incerteza padrão	Un.	C. de sensibilidade	Un.	Componente quadrática	Un.	Graus de liberdade	%	Aux	
θi	7,17E+01	°	Resolução	Lim. Máx.	1,75E-03	°	B	Retangular	1,73E+00	1,01E-03	°	-5,97E-01	ad	3,62E-07	ad	1,00E+06	99,95	1,31E-19
εi	-4,56E-01	°	Resolução	Lim. Máx.	1,75E-03	°	B	Retangular	1,73E+00	1,01E-03	°	-1,29E-02	ad	1,68E-10	ad	1,00E+06	0,05	2,82E-26
											Total		3,62E-07	ad		100,00	1,31E-19	

9,90E-02	±
1,20E-03	ad

incerteza padrão combinada:	6,02E-04
Graus de liberdade efectivos	1,00E+06
factor de expansão:	2,00E+00
incerteza padrão expandida (absoluta):	1,20E-03
incerteza padrão expandida (relativa):	1,22%

φ

Grandeza	Valor	Un.	Fonte	Processo Avaliação	Valor da componente	Un.	Tipo de avaliação	Divisor	Incerteza padrão	Un.	C. de sensibilidade	Un.	Componente quadrática	Un.	Graus de liberdade	%	Aux	
θi	7,17E+01	°	Resolução	Lim. Máx.	1,75E-03	°	B	Retangular	1,73E+00	1,00E-03	°	-7,15E-02	ad	5,19E-09	ad	1,00E+06	0,05	2,69E-23
εi	-4,56E-01	°	Resolução	Lim. Máx.	1,75E-03	°	B	Retangular	1,73E+00	1,00E-03	°	3,35E+00	ad	1,14E-05	ad	1,00E+06	99,95	1,29E-16
											Total		1,14E-05	ad		100,00	1,29E-16	

-2,66E-02	±
6,75E-03	ad

incerteza padrão combinada:	3,37E-03
Graus de liberdade efectivos	1,00E+06
factor de expansão:	2,00E+00
incerteza padrão expandida (absoluta):	6,75E-03
incerteza padrão expandida (relativa):	-25,34%

Balanço de incerteza para a e φ do feixe refletido

a

Grandeza	Valor	Un.	Fonte	Processo Avaliação	σ	Un.	N. medições	Valor da componente	Un.	Tipo de avaliação		Divisor	Incerteza padrão	Un.	C. de sensibilidade	Un.	Componente quadrática	Un.	Graus de liberdade	%	Aux
θr	-8,70E+01	°	Resolução	Lim. Máx.	-	-	-	3,49E-03	ad	B	Retangular	1,73E+00	2,02E-03	ad	1,03E-01	ad	4,31E-08	ad	1,00E+06	75,97	1,85E-21
			Dispersão	σ	3,91E-04		10	1,24E-04	ad	A	Normal	1,00E+00	1,24E-04	ad	1,03E-01	ad	1,62E-10	ad	9	0,29	2,92E-21
εr	-1,65E+00	°	Resolução	Lim. Máx.	-	-	-	3,49E-03	ad	B	Retangular	1,73E+00	2,02E-03	ad	-5,71E-02	ad	1,32E-08	ad	1,00E+06	23,35	1,75E-22
		°	Dispersão	σ	8,28E-04		10	2,62E-04	ad	A	Normal	1,00E+00	2,62E-04	ad	-5,71E-02	ad	2,23E-10	ad	9	0,39	5,54E-21
Total																	5,67E-08	ad		100	4,95E-21

2,63E+00	±
4,76E-04	ad

incerteza padrão combinada:	2,38E-04
Graus de liberdade efectivos	6,49E+05
factor de expansão:	2,00E+00
incerteza padrão expandida (absoluta):	4,76E-04
incerteza padrão expandida (relativa):	13,66%

φ

Grandeza	Valor	Un.	Fonte	Processo Avaliação	Desv. Pad.	Un.	N. medições	Valor da componente	Un.	Tipo de avaliação		Divisor	Incerteza padrão	Un.	C. de sensibilidade	Un.	Componente quadrática	Un.	Graus de liberdade	%	Aux
θr	-8,70E+01	°	Resolução		-	-	-	3,49E-03	°	B	Retangular	1,73E+00	2,02E-03	°	-8,20E+00	ad	2,73E-04	ad	1,00E+06	20,71	1,87E-14
			Dispersão	σ	3,91E-04	°	10	1,24E-04	ad	A	Normal	1,00E+00	3,91E-05	°	-8,20E+00	ad	1,03E-07	ad	9,00E+00	0,01	1,18E-15
εr	-1,65E+00	°	Resolução	Lim. Máx.	-	-	-	3,49E-03	°	B	Retangular	1,73E+00	2,02E-03	°	-1,48E+01	ad	8,95E-04	ad	1,00E+06	67,83	2,00E-13
			Dispersão	σ	8,28E-04	°	10	2,62E-04	°	A	Normal	1,00E+00	8,28E-04	°	-1,48E+01	ad	1,51E-04	ad	9,00E+00	11,45	2,53E-09
Total																	1,32E-03	ad		100%	2,53E-09

2,63E+00	±
7,28E-02	ad

incerteza padrão combinada:	3,63E-03
Graus de liberdade efectivos	6,86E+02
factor de expansão:	2,00E+00
incerteza padrão expandida (absoluta):	7,28E-02
incerteza padrão expandida (relativa):	2,80%

Componente real

Grandeza	Valor	Un.	Fonte	Processo Avaliação	Valor da componente	Un.	Tipo de avaliação		Divisor	Incerteza padrão	Un.	C. de sensibilidade	Un.	Componente quadrática	Un.	Graus de liberdade	%	Aux
ai	9,90E-02	ad	BI	Lim. Máx.	2,41E-03	ad	B	Normal	1,20E-03	1,20E-03	ad	8,60E-01	ad	2,68E-07	ad	1,00E+06	0,69	7,18E-20
ar	3,49E-03	ad	BI	Lim. Máx.	4,76E-04	ad	B	Normal	4,76E-04	2,38E-04	ad	-2,21E+01	ad	2,77E-05	ad	6,49E+05	71,02	1,18E-15
φi	-2,66E-02	ad	BI	Lim. Máx.	1,35E-02	ad	B	Normal	6,75E-03	6,75E-03	ad	-9,10E-02	ad	9,42E-08	ad	1,00E+06	0,24	8,87E-21
φr	2,63E+00	ad	BI	Lim. Máx.	7,28E-02	ad	B	Normal	7,28E-02	3,63E-02	ad	9,10E-02	ad	1,09E-05	ad	6,86E+02	28,05	1,74E-13
												Total		3,89E-05	ad		100,00	1,75E-13

-1,58E-01	±
1,25E-02	ad

incerteza padrão combinada:	6,24E-03
Graus de liberdade efectivos	8,66E+03
factor de expansão:	2,00E+00
incerteza padrão expandida (absoluta):	1,25E-02
incerteza padrão expandida (relativa):	7,92%

Componente imaginária

Grandeza	Valor	Un.	Fonte	Processo Avaliação	Valor da componente	Un.	Tipo de avaliação		Divisor	Incerteza padrão	Un.	C. de sensibilidade	Un.	Componente quadrática	Un.	Graus de liberdade	%	Aux
ai	9,90E-02	ad	BI	Lim. Máx.	1,20E-03	ad	B	Normal	2,00E+00	6,02E-04	ad	-5,10E-01	ad	9,42E-08	ad	1,00E+06	0,23	8,87E-21
ar	3,49E-03	ad		Lim. Máx.	4,76E-04	ad	B	Normal	2,00E+00	2,38E-04	ad	1,31E+01	ad	9,72E-06	ad	2,38E+05	23,62	1,46E-16
φi	-2,66E-02	ad	BI	Lim. Máx.	6,75E-03	ad	B	Normal	2,00E+00	3,37E-03	ad	1,53E-01	ad	2,68E-07	ad	1,00E+06	0,65	7,18E-20
φr	2,63E+00	ad	BI	Lim. Máx.	7,28E-02	ad	B	Normal	2,00E+00	3,63E-02	ad	1,53E-01	ad	3,11E-05	ad	2,13E+02	75,50	1,41E-12
Total														4,12E-05	ad		100,00	1,41E-12

-8,24E-02	±
1,28E-02	ad

incerteza padrão combinada:	6,42E-03
Graus de liberdade efectivos	1,20E+03
factor de expansão:	2,00E+00
incerteza padrão expandida (absoluta):	1,28E-02
incerteza padrão expandida (relativa):	15,59%

Balanço de incerteza para os coeficientes de Fresnel

r_{01p}

Grandeza	Valor	Un.	Fonte	Processo Avaliação	Valor da componente	Un.	Tipo de avaliação		Divisor	Incerteza padrão	Un.	Coef. De Sensibilidade	Un.	Componente quadrática	Un.	Graus de liberdade	Aux
α0	1,22E+00	rad	Certificado Calibração	Certificado Calibração	3,49E-04	rad	A	Normal	2,45E+00	1,43E-04	rad	-1,19E+00	ad	2,87E-08	ad	1,00E+07	8,23E-23
													Total		2,87E-08	ad	8,23E-23

-2,11E-01	±
3,39E-04	ad

incerteza padrão combinada:	1,69E-04
Graus de liberdade efectivos	1,00E+07
factor de expansão:	2,00E+00
incerteza padrão expandida (absoluta):	3,39E-04
incerteza padrão expandida (relativa):	-0,16%

r_{01s}

Grandeza	Valor	Un.	Fonte	Processo Avaliação	Valor da componente	Un.	Tipo de avaliação		Divisor	Incerteza padrão	Un.	Coef. De Sensibilidade	Un.	Componente quadrática	Un.	Graus de liberdade	Aux
α0	1,22E+00	rad	Certificado Calibração	Certificado Calibração	3,49E-04	rad	A	Normal	2,45E+00	1,43E-04	rad	-1,04E-01	ad	2,19E-10	ad	1,00E+07	4,78E-27
													Total		2,19E-10	ad	4,78E-27

-5,30E-01	±
3,96E-05	ad

incerteza padrão combinada:	1,48E-05
Graus de liberdade efectivos	1,00E+07
factor de expansão:	2,00E+00
incerteza padrão expandida (absoluta):	2,96E-05
incerteza padrão expandida (relativa):	0,01%

Balanço de incerteza para os coeficientes de Fresnel

r_{12p}

Grandeza	Valor	Un.	Fonte	Processo Avaliação	Valor da componente	Un.	Tipo de avaliação		Divisor	Incerteza padrão	Un.	Coef. De Sensibilidade	Un.	Componente quadrática	Un.	Graus de liberdade	%
α0	1,22E+00	rad	Certificado Calibração	Certificado Calibração	3,49E-04	rad	A	Normal	1,73E+00	1,43E-04	rad	-8,95E-01	ad	1,63E-08	ad	1,00E+07	2,64E-23
												Total		1,63E-08	ad		2,64E-23

-2,11E-01	±
2,55E-04	ad

incerteza padrão combinada:	1,28E-04
Graus de liberdade efectivos	1,00E+07
factor de expansão:	2,00E+00
incerteza padrão expandida (absoluta):	2,55E-04
incerteza padrão expandida (relativa):	0,07%

r_{12s}

Grandeza	Valor	Un.	Fonte	Processo Avaliação	Valor da componente	Un.	Tipo de avaliação		Divisor	Incerteza padrão	Un.	Coef. De Sensibilidade	Un.	Componente quadrática	Un.	Graus de liberdade	Aux
α0	1,22E+00	rad	Certificado Calibração	Certificado Calibração	3,49E-04	rad	A	Normal	2,45E+00	1,43E-04	rad	-8,38E-02	ad	1,43E-10	ad	1,00E+07	2,04E-27
												Total		1,43E-10	ad		2,04E-27

-5,39E-01	±
2,39E-05	ad

incerteza padrão combinada:	1,19E-05
Graus de liberdade efectivos	1,00E+07
factor de expansão:	2,00E+00
incerteza padrão expandida (absoluta):	2,39E-05
incerteza padrão expandida (relativa):	-0,004%

Balanço de incerteza para os coeficientes ABCDEF

a

Grandeza	Valor	Un.	Fonte	Processo Avaliação	Valor da componente	Un.	Tipo de avaliação		Divisor	Incerteza padrão	Un.	C. de sensibilidade	Un.	Componente quadrática	Un.	Graus de liberdade	Aux
r01p	-2,11E-01	ad	BI	Lim. Máx.	3,39E-04	ad	B	Normal	2,00	1,70E-04	ad	1,00E+00	ad	2,87E-08	ad	1,00E+07	8,23E-23
Total														2,87E-08	ad		8,23E-23

-2,11E-01	±
3,39E-04	ad

incerteza padrão combinada:	1,69E-04
Graus de liberdade efectivos	1,00E+07
factor de expansão:	2,00E+00
incerteza padrão expandida (absoluta):	3,39E-04
incerteza padrão expandida (relativa):	0,16%

b

Grandeza	Valor	Un.	Fonte	Processo Avaliação	Valor da componente	Un.	Tipo de avaliação		Divisor	Incerteza padrão	Un.	C. de sensibilidade	Un.	Componente quadrática	Un.	Graus de liberdade	%	Aux
r01p	-2,11E-01	ad	BI	Lim. Máx.	3,39E-04	ad	B	Normal	2,00E+00	1,69E-04	ad	2,86E-01	ad	2,34E-09	ad	1,00E+07	12,58	5,48E-25
r01s	-5,30E-01	ad	BI	Lim. Máx.	2,96E-05	ad	B	Normal	2,00E+00	1,48E-05	ad	1,14E-01	ad	2,82E-12	ad	1,00E+07	0,02	7,96E-31
r12p	3,49E-01	ad	BI	Lim. Máx.	2,55E-04	ad	B	Normal	2,00E+00	1,28E-04	ad	1,00E+00	ad	1,63E-08	ad	1,00E+07	87,40	2,64E-23
r12s	-5,39E-01	ad	BI	Lim. Máx.	2,39E-05	ad	B	Normal	2,00E+00	1,19E-05	ad	1,12E-01	ad	1,78E-12	ad	1,00E+07	0,01	3,16E-31
Total														1,86E-08	ad		100,00	2,70E-23

2,89E-01	±
2,73E-04	ad

incerteza padrão combinada:	1,36E-04
Graus de liberdade efectivos	1,28E+07
factor de expansão:	2,00E+00
incerteza padrão expandida (absoluta):	2,73E-04
incerteza padrão expandida (relativa):	0,09%

Balanço de incerteza para os coeficientes ABCDEF

c

Grandeza	Valor	Un.	Fonte	Processo Avaliação	Valor da componente	Un.	Tipo de avaliação		Divisor	Incerteza padrão	Un.	C. de sensibilidade	Un.	Componente quadrática	Un.	Graus de liberdade	%	Aux
r01s	-5,30E-01	ad	BI	Lim. Máx.	4,18E-05	rad	B	Normal	2,00E+00	4,20E-05	ad	-1,88E-01	ad	1,55E-11	ad	1,00E+07	0,58%	2,41E-29
r12p	3,49E-01	ad	BI	Lim. Máx.	3,61E-04	rad	B	Normal	2,00E+00	3,60E-04	ad	2,86E-01	ad	2,65E-09	ad	1,00E+07	99,06%	7,04E-25
r12s	-5,39E-01	ad	BI	Lim. Máx.	3,38E-05	rad	B	Normal	2,00E+00	3,40E-05	ad	-1,85E-01	ad	9,78E-12	ad	1,00E+07	0,37%	9,56E-30
												Total		2,68E-09	ad		100,00%	7,04E-25

9,98E-02	±
1,04E-04	ad

incerteza padrão combinada:	5,17E-05
Graus de liberdade efectivos	1,02E+07
factor de expansão:	2,00E+00
incerteza padrão expandida (absoluta):	1,04E-04
incerteza padrão expandida (relativa):	0,10%

d

Grandeza	Valor	Un.	Fonte	Processo Avaliação	Valor da componente	Un.	Tipo de avaliação		Divisor	Incerteza padrão	Un.	C. de sensibilidade	Un.	Componente quadrática	Un.	Graus de liberdade	Aux
r01s	-5,30E-01	ad	BI	Lim. Máx.	4,79E-04	rad	B	Normal	2,00	1,69E-04	ad	1,00E+00	ad	2,87E-08	ad	1,00E+07	8,23E-23
												Total		2,87E-08	ad		8,23E-23

-5,30E-01	±
3,39E-04	ad

incerteza padrão combinada:	1,69E-04
Graus de liberdade efectivos	1,00E+07
factor de expansão:	2,00E+00
incerteza padrão expandida (absoluta):	3,39E-04
incerteza padrão expandida (relativa):	0,06%

Balanço de incerteza para os coeficientes ABCDEF

e

Grandeza	Valor	Un.	Fonte	Processo Avaliação	Valor da componente	Un.	Tipo de avaliação		Divisor	Incerteza padrão	Un.	C. de sensibilidade	Un.	Componente quadrática	Un.	Graus de liberdade	%	Aux
r01p	-2,11E-01	ad	BI	Lim. Máx.	3,39E-04	ad	B	Normal	2,00E+00	1,69E-04	ad	-8,51E-01	ad	2,08E-08	ad	1,00E+07	98,36	4,31E-23
r01s	-5,30E-01	ad	BI	Lim. Máx.	2,96E-05	ad	B	Normal	2,00E+00	1,48E-05	ad	-7,36E-02	ad	1,18E-12	ad	1,00E+07	0,01	1,40E-31
r12p	3,49E-01	ad	BI	Lim. Máx.	2,55E-04	ad	B	Normal	2,00E+00	1,28E-04	ad	1,12E-01	ad	2,03E-10	ad	1,00E+07	0,96	4,10E-27
r12s	-5,39E-01	ad	BI	Lim. Máx.	2,39E-05	ad	B	Normal	2,00E+00	1,19E-05	ad	1,00E+00	ad	1,43E-10	ad	1,00E+07	0,68	2,04E-27
Total														2,11E-08	ad		100,00	4,31E-23

-5,00E-01	±
2,91E-04	ad

incerteza padrão combinada:	1,45E-04
Graus de liberdade efectivos	1,03E+07
factor de expansão:	2,00E+00
incerteza padrão expandida (absoluta):	2,91E-04
incerteza padrão expandida (relativa):	0,06%

f

Grandeza	Valor	Un.	Fonte	Processo Avaliação	Valor da componente	Un.	Tipo de avaliação		Divisor	Incerteza padrão	Un.	C. de sensibilidade	Un.	Componente quadrática	Un.	Graus de liberdade	%	Aux
r01p	-2,11E-01	ad	BI	Lim. Máx.	2,96E-05	ad	B	Normal	2,00E+00	1,48E-05	ad	-1,88E-01	ad	7,76E-12	ad	1,00E+07	3,55	7,76E-26
r12p	3,49E-01	ad	BI	Lim. Máx.	2,55E-04	ad	B	Normal	2,00E+00	1,28E-04	ad	1,14E-01	ad	2,10E-10	ad	1,00E+07	96,09	2,10E-24
r12s	-5,39E-01	ad	BI	Lim. Máx.	2,39E-05	ad	B	Normal	2,00E+00	1,19E-05	ad	-7,36E-02	ad	7,73E-13	ad	1,00E+07	0,35	7,73E-27
Total														2,18E-10	ad		100,00	2,18E-24

3,97E-02	±
2,95E-05	ad

incerteza padrão combinada:	1,48E-05
Graus de liberdade efectivos	2,18E+04
factor de expansão:	2,00E+00
incerteza padrão expandida (absoluta):	2,96E-05
incerteza padrão expandida (relativa):	0,07%

Componente real

Grandeza	Valor	Un.	Fonte	Processo Avaliação	Valor da componente	Un.	Tipo de avaliação		Divisor	Incerteza padrão	Un.	C. de sensibilidade	Un.	Componente quadrática	Un.	Graus de liberdade	%	Aux
a	-2,11E-01	ad	BI	Lim. Máx.	3,39E-04	ad	B	Normal	2,00E+00	1,69E-04	ad	2,45E+00	ad	1,73E-07	ad	1,00E+07	0,045	2,98E-21
b	2,89E-01	ad	BI	Lim. Máx.	2,73E-04	ad	B	Normal	2,00E+00	1,36E-04	ad	-7,14E+00	ad	9,49E-07	ad	1,28E+07	0,245	7,02E-20
c	9,98E-02	ad	BI	Lim. Máx.	7,32E-05	ad	B	Normal	2,00E+00	3,66E-05	ad	2,06E+01	ad	5,67E-07	ad	1,02E+07	0,147	3,16E-20
d	-5,30E-01	ad	BI	Lim. Máx.	3,39E-04	ad	B	Normal	2,00E+00	1,69E-04	ad	3,81E-01	ad	4,16E-09	ad	1,00E+07	0,001	1,73E-24
e	-5,00E-01	ad	BI	Lim. Máx.	2,91E-04	ad	B	Normal	2,00E+00	1,45E-04	ad	-1,17E+00	ad	2,91E-08	ad	1,03E+07	0,008	8,19E-23
f	3,97E-02	ad	BI	Lim. Máx.	2,96E-05	ad	B	Normal	2,00E+00	1,48E-05	ad	3,58E+00	ad	2,79E-09	ad	1,75E+05	0,001	3,57E-22
pRe	-1,58E-01	ad	BI	Lim. Máx.	1,25E-02	ad	B	Normal	2,00E+00	6,24E-03	ad	-3,09E+00	ad	3,72E-04	ad	2,55E+03	96,11	1,60E-11
pIm	-8,24E-02	ad	BI	Lim. Máx.	1,28E-02	ad	B	Normal	2,00E+00	6,42E-03	ad	5,69E-01	ad	1,33E-05	ad	3,85E+02	3,443	1,48E-13
													Total	3,9E-04	ad		100,000	1,61E-11

9,30E-01	±
3,94E-02	ad

incerteza padrão combinada:	1,97E-02
Graus de liberdade efectivos	9,29E+03
factor de expansão:	2,00E+00
incerteza padrão expandida (absoluta):	3,94E-02
incerteza padrão expandida (relativa):	4,23%

Componente imaginária

Grandeza	Valor	Un.	Fonte	Processo Avaliação	Valor da componente	Un.	Tipo de avaliação		Divisor	Incerteza padrão	Un.	C. de sensibilidade	Un.	Componente quadrática	Un.	Graus de liberdade	%	Aux
a	-2,11E-01	ad	BI	Lim. Máx.	3,39E-04	ad	B	Normal	2,00E+00	1,69E-04	ad	4,89E-02	ad	6,86E-11	ad	1,00E+07	1,69E-05	4,71E-28
b	2,89E-01	ad	BI	Lim. Máx.	2,73E-04	ad	B	Normal	2,00E+00	1,36E-04	ad	-8,56E-01	ad	1,36E-08	ad	1,28E+07	3,35E-03	1,45E-23
c	9,98E-02	ad	BI	Lim. Máx.	7,32E-05	ad	B	Normal	2,00E+00	3,66E-05	ad	4,57E+00	ad	2,80E-08	ad	1,02E+07	0,01	7,69E-23
d	-5,30E-01	ad	BI	Lim. Máx.	3,39E-04	ad	B	Normal	2,00E+00	1,69E-04	ad	-2,16E-01	ad	1,34E-09	ad	1,00E+07	3,29E-04	1,78E-25
e	-5,00E-01	ad	BI	Lim. Máx.	2,91E-04	ad	B	Normal	2,00E+00	1,45E-04	ad	5,19E-01	ad	5,68E-09	ad	1,03E+07	1,40E-03	3,12E-24
f	3,97E-02	ad	BI	Lim. Máx.	2,96E-05	ad	B	Normal	2,00E+00	1,48E-05	ad	-1,17E+00	ad	3,00E-10	ad	1,75E+05	7,38E-05	4,11E-24
pRe	-1,58E-01	ad	BI	Lim. Máx.	1,25E-02	ad	B	Normal	2,00E+00	6,24E-03	ad	-5,69E-01	ad	1,26E-05	ad	2,55E+03	3,11	1,84E-14
pIm	-8,24E-02	ad	BI	Lim. Máx.	1,28E-02	ad	B	Normal	2,00E+00	6,42E-03	ad	-3,09E+00	ad	3,93E-04	ad	3,85E+02	96,88	1,29E-10
												Total		4,1E-04	ad		100,00	1,29E-10

-2,10E-01	±
4,03E-02	ad

incerteza padrão combinada:	2,02E-02
Graus de liberdade efectivos	1,28E+03
factor de expansão:	2,00E+00
incerteza padrão expandida (absoluta):	4,03E-02
incerteza padrão expandida (relativa):	-19,23%

Balanço de incerteza para a espessura do filme fino

Grandeza	Valor	Un.	Fonte	Processo Avaliação	Valor da componente	Un.	Tipo de avaliação		Divisor	Incerteza padrão	Un.	C. de sensibilidade	Un.	Componente quadrática	Un.	Graus de liberdade	%	Aux
a0	1,22E+00	ad	Certif	Lim. Máx.	3,49E-04	rad	A	Normal	2,45E+00	1,43E-04	rad	2,71E+00	ad	1,50E-07	ad	1,00E+06	1,5E-05	2,24E-20
Re{X}	9,30E-01	ad	Certif	Lim. Máx.	3,94E-02	rad	B	Normal	2,00E+00	1,97E-02	rad	-1,09E+01	ad	4,58E-02	ad	3,09E+03	4,62	2,26E-07
Im{X}	-2,10E-01	ad	Certif	Lim. Máx.	4,03E-02	rad	B	Normal	2,00E+00	2,02E-02	rad	-4,82E+01	ad	9,45E-01	ad	3,09E+03	95,38	9,61E-05
												Total		9,91E-01	ad		100,00	9,63E-05

1,045E+01	±
1,99E+00	ad

A espessura do filme fino medido é de 10,45 nm. A incerteza expandida apresentada está expressa pela incerteza padrão multiplicada pelo factor de expansão, k=2,00, o qual para uma distribuição-t com 1,47E+07 graus de liberdade corresponde a uma probabilidade de, aproximadamente, 95%. A incerteza foi calculada de acordo com o documento EA-4/02

incerteza padrão combinada:	9,95E-01
Graus de liberdade efectivos	1,02E+04
factor de expansão:	2,00E+00
incerteza padrão expandida (absoluta):	1,99E+00
incerteza padrão expandida (relativa):	19,05%